



Travel Time on a Wavy Path in an Inclined Plane: A Theoretical and Numerical Review

Rodika Utama^{1*}

¹Universitas Ahmad Dahlan, Yogyakarta, Indonesia

*Corresponding Address: rodika@ruangguru.com

Info Artikel

Riwayat artikel

Dikirim: 14 Agustus 2025
 Direvisi : 10 Oktober 2025
 Diterima: 18 Oktober 2025
 Diterbitkan: 30 Oktober 2025

Kata Kunci:

Lintasan Bergelombang
 Bidang Miring
 Konservasi Energi
 Kalkulus Variasi
 Waktu Tempuh

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui pengaruh bentuk lintasan terhadap waktu tempuh benda yang meluncur pada bidang miring tanpa gesekan. Dua jenis lintasan dibandingkan, yaitu lintasan lurus dan lintasan bergelombang. Metode penelitian yang digunakan adalah kajian teoritik dengan pendekatan hukum kekekalan energi serta perhitungan analitik dan simulasi numerik sederhana untuk menentukan waktu tempuh pada setiap lintasan. Lintasan bergelombang dimodelkan menggunakan fungsi sinusoidal dengan variasi amplitudo dan frekuensi gelombang. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa beberapa lintasan bergelombang dapat menghasilkan waktu tempuh lebih singkat dibandingkan lintasan lurus karena memberikan percepatan awal yang lebih besar. Namun, jika gelombang terlalu curam atau rapat, waktu tempuh justru menjadi lebih lama. Temuan ini menunjukkan bahwa bentuk lintasan berpengaruh terhadap efisiensi gerak benda dan dapat digunakan sebagai contoh penerapan konsep energi dan kalkulus variasi dalam pembelajaran fisika.

ABSTRACT

This study aims to determine the effect of path shape on the travel time of an object sliding down a frictionless inclined plane. Two types of paths were compared: a straight path and a wavy (sinusoidal) path. The research method used is a theoretical study that applies the law of energy conservation, analytical calculations, and simple numerical simulations to determine the travel time along each path. The wavy path was modeled using a sinusoidal function with varying amplitude and frequency. The results show that some wavy paths can produce shorter travel times than a straight path because the steeper initial section provides greater acceleration. However, when the wave becomes too steep or dense, the travel time increases due to the longer path. These findings indicate that the geometry of the path affects motion efficiency and can serve as an example for teaching energy conservation and variational calculus in theoretical physics learning.

© 2025 The Author(s). Published by Physics Education, UIN Alauddin Makassar, Indonesia.

How to cite: Utama, R. (2025). Travel Time on a Wavy Path in an Inclined Plane: A Theoretical and Numerical Review. *Al-Khazini: Jurnal Pendidikan Fisika*, 5(2), 69–76. <https://doi.org/10.24252/al-khazini.v5i2.60867>

PENDAHULUAN

Gerak benda pada bidang miring telah lama menjadi contoh fundamental dalam pembelajaran fisika karena menyederhanakan persoalan dinamika menjadi sistem satu dimensi dengan gaya dominan dari komponen gravitasi (Halliday, Resnick, & Walker, 2014). Model ini tidak hanya menjadi bagian penting dalam pengantar mekanika Newton, tetapi juga menjadi pintu masuk

untuk memahami konsep energi mekanik, hukum kekekalan energi, hingga perhitungan lintasan menggunakan metode matematis lanjutan (Goldstein, Poole, & Safko, 2002).

Meskipun demikian, asumsi umum bahwa lintasan lurus adalah lintasan tercepat antara dua titik dalam pengaruh gravitasi perlu ditinjau kembali dalam konteks fisika teoretik. Sejarah fisika mencatat bahwa persoalan lintasan tercepat telah dikaji secara mendalam sejak abad ke-17 melalui masalah Brachistochrone, yaitu permasalahan mencari bentuk lintasan antara dua titik pada bidang vertikal di mana waktu tempuh benda yang bergerak akibat gravitasi tanpa gesekan menjadi minimum. Solusi atas permasalahan ini bukanlah garis lurus, melainkan kurva sikloid, sebagaimana ditemukan oleh Johann Bernoulli melalui pendekatan kalkulus variasi (Bernoulli, 1956; Gelfand & Fomin, 2000). Penemuan ini tidak hanya menjawab pertanyaan fisika, tetapi juga mendorong lahirnya disiplin matematika baru yang menjadi tulang punggung analisis dalam mekanika klasik dan fisika modern (Landau & Lifshitz, 1976).

Dalam dunia pendidikan, memperkenalkan siswa pada pertanyaan-pertanyaan seperti “Apakah lintasan lurus selalu tercepat?” menjadi langkah awal yang strategis dalam menumbuhkan pemahaman mendalam terhadap esensi hukum fisika, serta kemampuan berpikir kritis dan matematis. Menurut Inayah dan Dewi (2024) menekankan pentingnya integrasi antara eksplorasi konsep dan visualisasi dalam mengajarkan hukum-hukum dasar mekanika. Pendekatan berbasis simulasi seperti yang dikembangkan oleh Sembiring, Satria, Ulfa, dan Nasution (2025) juga terbukti efektif sebagai jembatan antara pemahaman intuitif siswa dengan formalitas perhitungan fisika tingkat lanjut. Namun, sebagian besar kajian sebelumnya hanya berfokus pada lintasan sikloid sebagai solusi klasik masalah Brachistochrone, tanpa mengeksplorasi secara mendalam variasi lintasan non-optimal seperti bentuk bergelombang yang dapat memberikan waktu tempuh mendekati optimal. Selain itu, penelitian terdahulu cenderung menitikberatkan pada aspek matematis murni, sementara kajian integratif yang mengaitkan aspek teoretis dengan potensi penerapan dalam pembelajaran fisika masih terbatas.

Kajian ini disusun untuk mengisi kesenjangan tersebut melalui analisis teoritik dan numerik terhadap lintasan bergelombang pada bidang miring. Fokus utama diarahkan pada evaluasi waktu tempuh benda yang meluncur tanpa gesekan sepanjang lintasan berbentuk sinusoidal, dibandingkan dengan lintasan lurus. Dengan memanfaatkan hukum kekekalan energi serta pendekatan integral dari prinsip kecepatan sebagai fungsi posisi, diperoleh ekspresi analitik waktu tempuh sebagai fungsi dari bentuk lintasan (Taylor, 2005). Meskipun bentuk sinusoidal bukan solusi optimal secara matematis, analisis ini menunjukkan bahwa lintasan tertentu dapat menghasilkan waktu tempuh lebih singkat daripada lintasan lurus, tergantung pada parameter amplitudo dan frekuensinya (Miranda, 2023). Hasil kajian ini tidak hanya memperluas wawasan teoretis mengenai dinamika partikel di bawah pengaruh gravitasi, tetapi juga menawarkan pendekatan konseptual yang dapat digunakan dalam pengajaran fisika di tingkat lanjut. Melalui kombinasi antara formulasi analitik dan evaluasi numerik, artikel ini berkontribusi pada pengembangan model-model pembelajaran yang berbasis eksplorasi dan inkuiri matematis dalam fisika (Ary, Jacobs, & Razavieh, 1982; Nishiyama, 2013).

Kebaruan dari penelitian ini terletak pada penerapan fungsi sinusoidal sebagai bentuk lintasan alternatif untuk menguji prinsip waktu tempuh minimum, yang jarang dibahas dalam literatur klasik Brachistochrone. Selain itu, analisis dilakukan dengan pendekatan numerik sederhana berbasis parameter amplitudo dan frekuensi, sehingga menghasilkan sudut pandang baru yang menghubungkan aspek teoretis dan pedagogis dalam pembelajaran fisika mekanik.

METODE

Penelitian ini merupakan kajian teoritik dan numerik yang bertujuan untuk menganalisis waktu tempuh benda yang meluncur pada bidang miring tanpa gesekan. Subjek yang diteliti adalah gerak benda bermassa m yang meluncur di bawah pengaruh gaya gravitasi pada dua jenis lintasan, yaitu lintasan lurus dan lintasan bergelombang sinusoidal.

Metode penelitian dilakukan melalui langkah-langkah berikut. Pertama, digunakan pendekatan hukum kekekalan energi untuk menurunkan hubungan antara kecepatan dan posisi benda. Kedua, dilakukan analisis matematis berbasis kalkulus variasi untuk menentukan ekspresi umum waktu tempuh sebagai fungsi dari bentuk lintasan. Ketiga, dilakukan evaluasi numerik menggunakan metode integrasi kuadrat Gaussian untuk menghitung waktu tempuh pada lintasan bergelombang dengan berbagai kombinasi amplitudo dan frekuensi gelombang. Pendekatan serupa telah digunakan secara luas dalam studi dinamika partikel pada lintasan kompleks (Gelfand & Fomin, 2000; Taylor, 2005). Hasil analisis ini digunakan untuk membandingkan efisiensi waktu tempuh antara dua lintasan dan mengkaji pengaruh parameter geometri terhadap kecepatan serta total waktu gerak benda (Pelesko & Bernstein, 2003).

Kecepatan dari Konservasi Energi

Benda bermassa m yang dilepaskan dari ketinggian awal y_0 akan mengalami perubahan energi potensial menjadi energi kinetik. Dengan mengabaikan gaya gesek dan hambatan udara, hukum kekekalan energi menyatakan bahwa total energi mekanik sistem bersifat konstan (Halliday, Resnick, & Walker, 2014):

$$E_{\text{awal}} = E_{\text{titik-x}} \Rightarrow mgy_0 = mgy(x) + \frac{1}{2}mv(x)^2 \quad (1)$$

Sehingga, kecepatan sebagai fungsi posisi horizontal x diperoleh dari:

$$v(x) = \sqrt{2g(y_0 - y(x))} \quad (2)$$

Formulasi ini juga digunakan dalam pendekatan numerik oleh Miranda (2023) untuk sistem partikel yang bergerak pada kontur permukaan yang tidak datar.

Persamaan Waktu Tempuh

Waktu tempuh total benda dari posisi x_1 ke x_2 dihitung dengan mengintegrasikan waktu elemen

$dt = \frac{ds}{v(x)}$ di mana ds adalah elemen panjang lintasan. Jika lintasan dinyatakan sebagai fungsi $y(x)$, maka panjang lintasan diberikan oleh:

$$ds = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx \quad (3)$$

Dengan demikian, waktu total dapat dinyatakan dalam bentuk integral:

$$t = \int_{x_1}^{x_2} \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}}{\sqrt{2g(y_0 - y(x))}} dx \quad (4)$$

Prinsip Brachistochrone dan Kalkulus Variasi

Persamaan di atas membentuk suatu fungsional waktu $t[y]$ yang bergantung pada bentuk lintasan $y(x)$. Untuk mencari lintasan tercepat (minimum waktu), digunakan prinsip kalkulus variasi dengan menerapkan persamaan Euler-Lagrange pada fungsional tersebut (Gelfand & Fomin, 2000; Taylor, 2005):

$$F(y, y') = \frac{\sqrt{1 + (y')^2}}{\sqrt{2g(y_0 - y)}} \quad (5)$$

Karena F tidak bergantung eksplisit pada x , maka diperoleh hukum konservasi berikut:

$$F - y' \left(\frac{\partial F}{\partial y'} \right) = \text{konstanta} \quad (6)$$

Melalui manipulasi matematis, solusi dari persamaan ini menunjukkan bahwa lintasan tercepat bukanlah garis lurus, melainkan kurva sikloid, yang memiliki bentuk parametrik (Bernoulli, 1956):

$$x(\theta) = R(\theta - \sin \theta) \quad (7)$$

$$y(\theta) = y_0 - R(1 - \cos \theta) \quad (8)$$

Dengan $R = \frac{1}{2gC^2}$ dan C adalah konstanta hasil integrasi. Formulasi tersebut diperoleh dengan

mengasumsikan bahwa fungsi $y(x)$ meminimalkan waktu tempuh total, dan solusi parametrik ini telah dijadikan contoh klasik dalam literatur mekanika (Landau & Lifshitz, 1976).

Waktu Tempuh Lintasan Bergelombang

Untuk keperluan kajian ini, lintasan bergelombang direpresentasikan sebagai fungsi sinusoidal:

$$y(x) = 1 - x - A(1 + \sin(kx)) \quad (9)$$

Turunan pertama terhadap x digunakan untuk menghitung elemen lintasan:

$$\frac{dy}{dx} = -1 - Ak \cos(kx) \quad (10)$$

Perbedaan ketinggian dari titik awal:

$$y_0 - y(x) = x + A \sin(kx) \quad (11)$$

Sehingga waktu tempuh untuk lintasan bergelombang diberikan oleh:

$$t(A, k) = \int_0^1 \frac{\sqrt{1 + (1 + Ak \cos(kx))^2}}{\sqrt{2g(x + A \sin k(x))}} dx \quad (12)$$

Integral ini tidak dapat diselesaikan secara analitik, sehingga evaluasi dilakukan secara numerik menggunakan metode integrasi kuadrat Gaussian (Burden & Faires, 2011; Pelesko & Bernstein, 2003). Pendekatan ini umum digunakan dalam simulasi numerik sistem mekanik nonlinier, dan telah diimplementasikan menggunakan bahasa Python untuk efisiensi (Sembiring, Satria, Ulfa, & Nasution, 2025). Namun, dalam publikasi ini, hasil numerik disajikan dalam bentuk tabel tanpa mencantumkan kode komputasional secara eksplisit.

Waktu Tempuh Lintasan Lurus

Untuk lintasan lurus $y(x) = 1 - x$, turunan dan fungsi kecepatan disederhanakan menjadi:

$$\frac{dy}{dx} = -1 \quad (13)$$

$$v(x) = \sqrt{2gx} \quad (14)$$

$$ds = \sqrt{2} dx$$

Sehingga waktu tempuhnya menjadi:

$$t_{\text{lurus}} = \int_0^1 \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2gx}} dx = \frac{2}{\sqrt{g}} \quad (15)$$

Formulasi ini digunakan sebagai acuan pembandingan dalam berbagai literatur pendidikan fisika dasar (Halliday, Resnick, & Walker, 2014).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Evaluasi Waktu Tempuh Lintasan Lurus

Sebagaimana telah diturunkan pada bagian metode, waktu tempuh benda pada lintasan lurus dari titik $x = 0$ ke $x = 1$ dapat dihitung secara analitik dan menghasilkan nilai:

$$t_{\text{lurus}} = \frac{2}{\sqrt{g}} = 0,63888 \text{ detik}$$

Nilai ini menjadi acuan pembandingan untuk mengevaluasi efisiensi waktu tempuh lintasan lain dengan bentuk geometri yang lebih kompleks (Halliday et al., 2014; Taylor, 2005).

Evaluasi Numerik Waktu Tempuh Lintasan Bergelombang

Lintasan bergelombang yang dikaji memiliki bentuk sinusoidal:

$$y(x) = 1 - x - A(1 + \sin(kx))$$

Dengan parameter A sebagai amplitudo gelombang dan k sebagai bilangan gelombang yang menyatakan berapa cepat gelombang berubah terhadap posisi x , dengan kata lain jumlah puncak-lembah per satuan panjang. Evaluasi waktu tempuh dilakukan secara numerik menggunakan metode integrasi kuadrat Gaussian (Burden & Faires, 2011), diimplementasikan melalui skrip Python sebagaimana direkomendasikan oleh Sembiring, Satria, Ulfa, dan Nasution (2025). Tabel berikut menunjukkan hasil perhitungan waktu tempuh untuk lintasan bergelombang dibandingkan dengan lintasan lurus:

Tabel 1. Waktu Tempuh untuk Berbagai Kombinasi Amplitudo dan Bilangan Gelombang

(disadur dari komputasi numerik)

Amplitudo (A)	Bilangan Gelombang (k)	$t_{\text{gelombang}}$	t_{lurus}	Lebih Cepat?
0,01	π	0,63525 detik	0,63888 detik	Ya
0,01	$3,5\pi$	0,63163 detik	0,63888 detik	Ya
0,03	$3,5\pi$	0,62015 detik	0,17 detik	Ya
0,05	11	0,61913 detik	0,63888 detik	Ya
0,15	25	0,65342 detik	0,63888 detik	Tidak

Hasil pada Tabel 1 menunjukkan bahwa sebagian besar lintasan bergelombang memiliki waktu tempuh yang lebih singkat dibandingkan lintasan lurus. Hal ini terjadi karena bentuk bergelombang yang cukup curam pada bagian awal lintasan memungkinkan percepatan awal yang lebih besar, sehingga meningkatkan efisiensi waktu tempuh (Miranda, 2023).

Namun demikian, pada kombinasi $A = 0,15$ dan $k = 25$ waktu tempuh lintasan bergelombang justru menjadi lebih lama dibanding lintasan lurus. Hal ini disebabkan oleh bentuk gelombang yang terlalu berliku sehingga menambah panjang lintasan secara signifikan, dan tidak lagi memberikan keuntungan dari segi percepatan awal (Taylor, 2005; Pelesko & Bernstein, 2003).

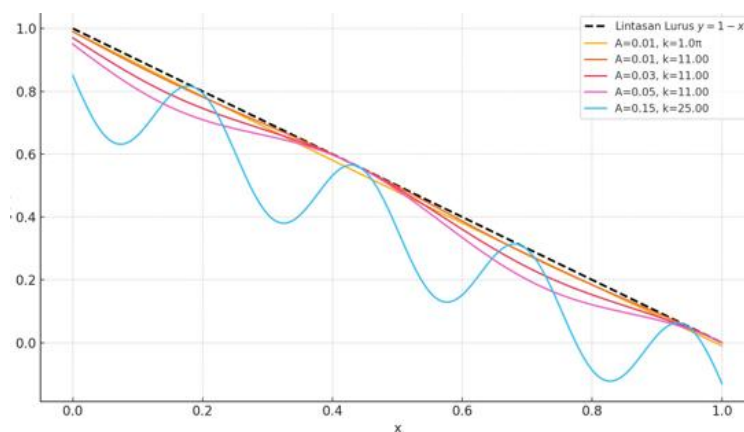
Visualisasi Perbandingan Lintasan

Dalam studi ini juga divisualisasikan perbandingan antara lintasan lurus dengan beberapa lintasan bergelombang untuk menggambarkan perubahan bentuk berdasarkan parameter A dan k . Lintasan dengan nilai A kecil dan k sedang tampak mendekati bentuk cekungan yang menyerupai sikloid, meskipun secara matematis tidak identik. Fenomena ini menjelaskan

mengapa waktu tempuhnya dapat mendekati lintasan optimal yang ditemukan dalam solusi masalah Brachistochrone (Gelfand & Fomin, 2000).

Visualisasi ini memberikan wawasan intuitif bahwa modifikasi kecil pada bentuk lintasan melalui perubahan amplitudo dan frekuensi gelombang dapat berdampak signifikan terhadap efisiensi gerak benda. Hal ini sesuai dengan temuan sebelumnya bahwa geometri lintasan sangat mempengaruhi percepatan awal dan total waktu tempuh (Pelesko & Bernstein, 2003). Oleh karena itu, visualisasi tidak hanya berfungsi sebagai pelengkap hasil numerik, tetapi juga sebagai media penting dalam menjembatani pemahaman konseptual dan matematis terhadap dinamika partikel dalam medan gravitasi (Miranda, 2023).

Gambar 1. Perbandingan lintasan lurus ($y = 1 - x$) dengan lima lintasan bergelombang berbasis fungsi $y(x) = 1 - x - A(1 + \sin(kx))$ untuk berbagai kombinasi parameter A dan k . Lintasan bergelombang tertentu dapat mempercepat waktu tempuh jika cukup curam di awal, namun tidak semua kombinasi memberikan hasil lebih cepat dari lintasan lurus.



Kaitan dengan Prinsip Brachistochrone

Temuan ini sejalan dengan prinsip Brachistochrone, yaitu bahwa lintasan tercepat bukanlah lintasan terpendek secara geometris. Lintasan bergelombang tertentu mampu mendekati performa sikloid sejauh bentuknya memungkinkan percepatan awal yang signifikan tanpa memperpanjang lintasan secara berlebihan (Gelfand & Fomin, 2000). Artinya, terdapat kompromi antara kemiringan awal dan total panjang lintasan yang menentukan efektivitas waktu tempuh. Prinsip ini memperkuat pandangan dalam kalkulus variasi bahwa optimasi lintasan tidak selalu berkaitan dengan panjang lintasan minimum, melainkan waktu tempuh total minimum (Pelesko & Bernstein, 2003; Taylor, 2005).

Implikasi dalam Pembelajaran Fisika

Secara pedagogis, kajian ini memberikan ilustrasi konkret bahwa tidak semua intuisi geometris sejalan dengan hasil dinamika. Pendekatan ini sangat efektif untuk digunakan sebagai pengayaan pembelajaran fisika teoretis, khususnya dalam mengintegrasikan konsep energi, kalkulus, dan metode numerik (Febriana & Sinaga, 2021). Model lintasan bergelombang sinusoidal yang sederhana juga dapat digunakan sebagai dasar simulasi di laboratorium virtual atau pembelajaran berbasis pemodelan matematika (Gunawan et al., 2018; Qorimah, Nasbey, & Rahmawati, 2024). Dengan demikian, materi ini juga relevan untuk mendukung pendekatan STEM serta praktik pembelajaran berbasis inkuiri yang menekankan penalaran matematis dan eksplorasi konseptual.

KESIMPULAN

Kajian teoritik ini menunjukkan bahwa lintasan lurus bukanlah lintasan tercepat bagi benda yang meluncur akibat pengaruh gravitasi tanpa gesekan pada bidang miring. Berdasarkan prinsip kekekalan energi dan formulasi integral terhadap bentuk lintasan, diperoleh bahwa lintasan bergelombang dengan bentuk sinusoidal tertentu dapat menghasilkan waktu tempuh lebih singkat dibandingkan lintasan lurus. Hal ini terjadi ketika bentuk gelombang cukup curam pada bagian awal lintasan, sehingga menghasilkan percepatan yang lebih tinggi pada tahap awal gerakan (Pelesko & Bernstein, 2003; Miranda, 2023).

Analisis numerik mengungkap bahwa tidak semua kombinasi parameter amplitudo A dan bilangan gelombang k memberikan efisiensi waktu tempuh. Kombinasi dengan A kecil dan k sedang terbukti mampu mendekati performa optimal, sementara bentuk gelombang yang terlalu tajam dan rapat justru memperpanjang lintasan dan menurunkan efisiensi. Temuan ini memperkuat prinsip Brachistochrone yang menyatakan bahwa lintasan tercepat adalah kurva sikloid, bukan lintasan lurus (Gelfand & Fomin, 2000; Taylor, 2005).

Dari sisi pendidikan, hasil ini membuka ruang untuk pembelajaran fisika yang lebih bermakna dan mendalam. Pertanyaan konseptual tentang lintasan tercepat dapat menjadi pintu masuk untuk mengenalkan siswa dan mahasiswa pada konsep energi, kalkulus variasi, serta pendekatan numerik. Pendekatan ini juga cocok untuk digunakan dalam pembelajaran berbasis inkuiri, terutama dalam kurikulum Merdeka yang menekankan eksplorasi dan pemahaman konseptual lintas disiplin.

DAFTAR PUSTAKA

- Ary, D., Jacobs, L. C., & Razavieh, A. (1982). *Pengantar Penelitian Pendidikan*. (Terj. Arief Furchan). Surabaya: Usaha Nasional.
- Bernoulli, J. (1956). The Brachistochrone Problem. *Acta Eruditorum*, 1696. (Reprinted in *Mathematical Papers of Johann Bernoulli*, Springer).
- Burden, R. L., & Faires, J. D. (2011). *Numerical Analysis* (9th ed.). Boston, MA: Brooks/Cole, Cengage Learning.
- Febriana, R., & Sinaga, P. (2021). Evaluation of Critical Thinking Skills of Class X High School Students on the Material of Newton's Laws. *Journal of Physics: Conference Series*, 1806(1), 012012. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1806/1/012012>
- Gelfand, I. M., & Fomin, S. V. (2000). *Calculus of Variations*. New York: Dover Publications.
- Goldstein, H., Poole, C. & Safko, J. (2002). *Classical Mechanics* (3rd ed.). San Francisco: Addison-Wesley.
- Gunawan, G., Nisrina, N., Suranti, N. M. Y., Herayanti, L., & Rahmatiah, R. (2018). Virtual Laboratory to Improve Students' Conceptual Understanding in Physics Learning. *Journal of Physics: Conference Series*, 1108(1), 012049. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1108/1/012049>
- Halliday, D., Resnick, R., & Walker, J. (2014). *Fundamentals of Physics* (10th ed.). Hoboken: John Wiley & Sons.
- Inayah, S., & Dewi, C. A. (2024). *Harmoni Media dan Metode dalam Pembelajaran IPA*. Tulungagung: Akademia Pustaka.
- Landau, L. D., & Lifshitz, E. M. (1976). *Mechanics* (Vol. 1 of Course of Theoretical Physics). Oxford: Pergamon Press.
- Miranda, L. F. S. de. (2023). Stylistic Approach to the Brachistochrone Problem. *Ianua: Revista Philologica Romana*, (15), 1–15. <https://doi.org/10.24117/2526-2270.2023.i15.10>

- Nishiyama, Y. (2013). The Brachistochrone Curve: The Problem of Quickest Descent. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 82(3), 409–419. <http://www.ijpam.eu>
- Pelesko, J. A., & Bernstein, D. H. (2003). *Modeling MEMS and NEMS*. London: Chapman and Hall/CRC.
- Qorimah, F., Nasbey, H., & Rahmawati, Y. (2024). Desain Physics Parabolic Motion Digital Module (PPMDM) Berbasis Model Pembelajaran STEM–Project Based Learning. *Prosiding Seminar Nasional Keguruan dan Pendidikan (SNKP)*, Universitas Muhammadiyah Muara Bungo. <https://ejournal.ummuba.ac.id/index.php/SNKP/article/view/2151>
- Sembiring, N. D. br., Satria, B. P., Ulfa, M., & Nasution, A. O. (2025). Simulasi Gerak Jatuh Bebas Menggunakan Python. *Instal: Jurnal Komputer*, 17(5), 1–8. <https://doi.org/10.54209/jurnalinstal.v17i05.394>
- Symon, K. R. (1971). *Mechanics* (3rd ed.). Reading, MA: Addison-Wesley.
- Taylor, J. R. (2005). *Classical Mechanics*. Sausalito: University Science Books.