Solusi Numerik Model Penyebaran Penyakit Covid-19 Di Sulawesi Selatan Dengan Metode Runge-Kutta Orde Empat

Hikmawati Pathuddin
Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar, hikmawati.pathuddin@uin-alauddin.ac.id

Risnawati Ibnas
Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar, risnawati.ibnas@uin-alauddin.ac.id

Rismayanti
Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar, ismaarisma22@gmail.com

ABSTRAK, Penelitian ini membahas mengenai solusi numerik pada model SIR dari penyakit Covid-19 dengan menggunakan metode runge-kutta orde empat untuk angka kasus covid-19 yang akan datang. Model SIR merupakan model yang terdiri dari tiga kompartemen, yaitu Susceptible (Populasi yang rentan terkena Covid-19), Infected (Populasi yang terinfeksi atau positif penyakit Covid-19), dan Recovered (populasi yang sembuh dari penyakit Covid-19). Model SIR yang diperoleh diselesaikan dengan metode runge-kutta orde empat. Hasil perhitungan yang diperoleh dengan menggunakan dapat pada tanggal 10 Januari 2021 yaitu untuk nilai awal S_0=11.339, I_0=31.047, dan R_0=26.816 dengan parameter β=0,0000003149686,μ=0,000000115033, dan γ=0,0000001331827. Untuk hari selanjutnya di 20 Januari 2021, diperoleh solusi numerik yaitu S=9.250,907, I=33.131,74, dan R=26.816,0853. Jumlah kasus terinfeksi Covid-19 meningkat dari hari ke hari.

Kata Kunci*: Covid-19, Model SIR, Runge-Kutta Orde Empat*

1. PENDAHULUAN

Munculnya virus corona yang berawal di Wuhan, China mengakibatkan seluruh dunia berada dalam kondisi yang sangat mengkhawatirkan. WHO sejak Januari 2020 telah menyatakan bahwa covid-19 telah menjadi pandemi di seluruh dunia. Terhitung sejak tanggal 8 Februari 2021, sebanyak 1.157.837 orang positif covid-19, dengan rincian sebanyak 949.990 orang sembuh dan 31.556 orang meninggal [1] dan Provinsi Sulawesi Selatan merupakan salah satu provinsi dengan kasus covid-19 terbanyak di Indonesia.

Penyebaran penyakit covid-19 dapat dirumuskan dalam bentuk model matematika. Salah satunya adalah model SIR, dimana model SIR adalah model dasar dalam pemodelan epidemiologi penyakit menular di suatu populasi. Pada model ini populasi dibagi menjadi tiga bagian subpopulasi yaitu subpopulasi yang rentan terhadap penyakit (susceptible), subpopulasi yang terinfeksi penyakit (infected), dan subpopulasi yang telah sembuh dari penyakit (recovered). Dari model tersebut, akan dicari solusi numeriknya dengan menggunakan metode runge-kutta orde ke-empat karena metode runge-kutta orde empat, dinilai dapat memperoleh akurasi deret Taylor tanpa memerlukan diferensiasi orde yang lebih tinggi.

Penelitian terkait model matematika telah banyak dilakukan. Beberapa diantaranya adalah penelitian dengan menggunakan model SIR untuk penyebaran Covid-19. Penelitian ini menunjukkan bahwa penyebaran covid-19 pada semua provinsi di Pulau Kalimantan menyebar pada tanggal 18 Maret 2020 yakni di Kalimantan Barat dan Kalimantan Timur. Dari berbagai bukti menunjukkan bahwa sumber infeksi penyakit covid-19 berasal dari hewan liar. Jumlah kasus covid-19 dilaporkan secara mingguan mengalami peningkatan dari hari ke hari [2].

Penelitian lainnya adalah penelitian tentang virus Ebola menggunakan model SIR yang menunjukkan bahwa model matematika sangat membantu dalam memahami dinamika penyebaran penyakit menular [3]. Selanjutnya, Penelitian yang dilakukan oleh Handayanto (2020) meneliti tentang efektivitas pembatasan sosial berskala besar dalam mengatasi covid-19 dengan menggunakan model SIR [4]. Penelitian yang tentang analisis dinamis berdasarkan data model SIR pada wabah covid-19 di Indonesia juga telah dilakukan dan menunjukkan bahwa penyebaran covid-19 di Indonesia menyebar dengan cepat berdasarkan kasus yang terkonfirmasi [5], [6].

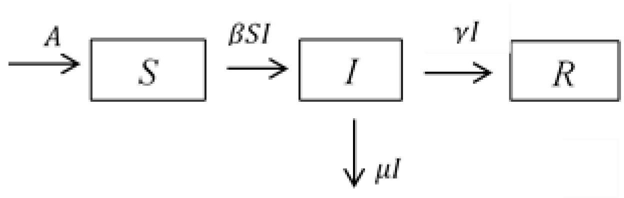
Berdasarkan uraian pada latar belakang di atas, maka peneliti akan melakukan penelitian dengan model SIR untuk mengetahui laju penyebaran penyakit virus covid-19. Kemudian kasus tersebut akan diselesaikan dengan cara menggunakan metode Runge-Kutta orde Empat. Maka, peneliti mengambil judul "Solusi Numerik Model Penyebaran Penyakit Covid-19 di Sulawesi Selatan dengan Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat".

2. TINJAUANPUSTAKA

Model Epidemik SIR

Model SIR diperkenalkan oleh Kermack dan McKendrik pada tahun 1929. Model SIR membagi data sebaran menjadi tiga populasi yang berpotensi rentan (*susceptible*), populasi terinfeksi (*infected*), dan populasi sembuh (*recovered*).[1]

Berdasarkan alur penyebarannya, *susceptible* yaitu sekelompok individu yang sehat tetapi mudah terserang penyakit. Untuk individu pada kelompok ini memiliki kemungkinan mudah terinfeksi dan berpindah ke kelompok *infected* melalui kontak langsung atau perantara lainnya. *Infected* yaitu sekelompok individu yang terinfeksi penyakit dan dapat pulih serta berpindah ke kelompok *Recovered*. *Recovered* yaitu sekelompok individu yang telah berhasil sembuh dari penyakit.



Gambar 2.1. Alur penyebaran penyakit menggunakan SIR

Adapun asumsi yang digunakan untuk menggambarkan dinamika penyebaran covid-19 adalah :

1. Tidak ada kematian secara alami (tidak ada kematian tanpa penyakit covid-19).
2. Populasinya konstan (tetap).
3. Belum ada vaksin untuk mencegah penyebaran covid-19.
4. Individu yang terinfeksi dapat sembuh dari covid-19.
5. Individu yang telah sembuh dari covid-19, tidak akan terinfeksi kembali.

Berdasarkan alur penyebaran dan asumsi-asumsi diatas, dapat diketahui bahwa populasi rentan akan berkurang jika adanya interaksi antara kelompok yang rentan dengan kelompok yang terinfeksi. Populasi terinfeksi disebabkan karena adanya interaksi dari kelompok rentan dengan kelompok infeksi, maka kelompok infeksi bertambah. Namun akan berkurang karena adanya kasus kematian akibat covid-19 dan meningkatnya jumlah kematian karena covid-19, sedangkan populasi sembuh hanya dipengaruhi oleh kelompok yang sembuh dari covid-19 [7].

Selanjutnya, model matematika yang diperoleh adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= -\beta SI \\ \frac{dI}{dt} &= \beta SI - \mu I - \gamma I \qquad (2.1) \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I \end{aligned}$$

dimana:

$\beta =$ Laju penularan penyakit dari yang rentan menuju terinfeksi
$\mu =$ Tingkat kematian individu yang terinfeksi Covid-19
$\gamma =$ Laju kesembuhan dari yang terinfeksi menjadi sembuh
$S =$ Jumlah individu yang rentan terkena Covid-19
$I =$ Jumlah individu yang terinfeksi Covid-19
$R =$ Jumlah individu yang sembuh dari Covid-19

Metode Runge-Kutta

Penyelesaian PDB dengan menggunakan deret Taylor tidak praktis karena metode ini membutuhkan perhitungan turunan *f(x,y)*. Selain itu, tidak semua fungsi mudah dihitung turunannya, terutama bagi fungsi yang bentuknya rumit. Semakin tinggi orde metode deret Taylor, semakin tinggi turunan fungsi yang harus dihitung. Metode Runge-Kutta adalah alternatif lain dari metode deret taylor dan tidak membutuhkan perhitungan turunan. Metode ini berusaha mendapatkan derajat ketelitian yang lebih tinggi.

Metode Runge-Kutta mempunyai tiga sifat umum :

1. Metodenya satu langkah: untuk mencapai y_{n+1} hanya diperlukan keterangan yang tersedia pada titik sebelumnya yaitu x_n,y_n.
2. Mendekati ketelitian deret Taylor sampai suku dalam h^p,dimana nilai *p* berbeda untuk metode yang berbeda, dan *p* ini disebut derajat dari metode.
3. Tidak memerlukan perhitungan turunan *f(x,y)* tetapi hanya memerlukan fungsi itu sendiri.

Bentuk umum metode Runge-Kutta orde *n* adalah:

$$\emptyset = a_1k_1 + a_2k_2 + ... + a_nk_n \quad (2.2)$$

Dengan a adalah tetapan dan k adalah :

$k_1 = hf(x_r, y_r)$

$k_2 = hf\ (x_r + p_1h,\ y_i + q_{11}k_1)$

$k_3 = hf\ (x_r + p_2h,\ y_i + q_{21}k_1 + q_{22}k_2)$

$\vdots$

$k_n = hf(x_r + p_{n-1}h,\ y_r + q_{n-1,1}k_1 + q_{n-1,2}k_1 + ... + q_{n-1,n-1}k_{n-1})$

Metode Runge-Kutta Orde Empat

Metode runge-kutta orde empat merupakan metode yang paling teliti dibandingkan dengan metode runge-kutta orde dua dan orde tiga. Oleh karena itu, metode runge-kutta orde empat sering digunakan untuk menyelesaikan suatu persamaan diferensial. Rumus metode Runge-Kutta Orde 4 yaitu :

$$y_{r+1} = y_r + \left(\frac{1}{6}k_1 + \frac{1}{3}k_2 + \frac{1}{3}k_3 + \frac{1}{6}k_4\right)h$$

$$= y_r + \frac{1}{6}h(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (2.3)$$

Dengan :

$k_1 = f(t_r, y_r)$

$k_2 = f(t_r + \frac{1}{2}h, y_r + \frac{1}{2}k_1h)$

$k_3 = f(t_r + \frac{1}{2}h, y_r + \frac{1}{2}k_2h)$

$k_4 = f(t_r + h, y_r + k_3h)^2 \quad (2.4)$

Pada persamaan (1) dan (2) diperoleh penurunan dari bentuk umum runge-kutta orde empat dengan n = 4. Bentuk umum runge-kutta orde empat seperti pada persamaan (2.5).

$$y_{r+1} = y_r + (a_1k_1 + a_2k_2 + a_3k_3 + a_4k_4) \quad (2.5)$$

Dengan

$k_1 = f(x_r, y_r)$

$k_2 = f(x_r + p_1h, y_r + q_{11}k_1h)$

$k_3 = f(x_r + p_2h, y_r + q_{21}k_1h + q_{22}k_2h)$

$k_4 = f(x_r + p_3h, y_r + q_{31}k_1h + q_{32}k_2h + q_{33}k_3h)$

3. METODOLOGI

Penelitian ini merupakan penelitian terapan. Penelitian terapan merupakan salah satu jenis penelitian yang bertujuan untuk memberikan solusi atas permasalahan tertentu secara praktis. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari Dinas Kesehatan.

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah:

S = Jumlah Individu yang rentan terkena penyakit Covid-19

I = Jumlah Individu yang terkena penyakit Covid-19

R = Jumlah Individu yang sembuh dari penyakit Covid-19

Adapun langkah-langkah penelitian adalah sebagai berikut:

a. Mengambil data sekunder untuk data susceptible, infected, dan recovered.
b. Mencari parameter dari model yang telah diperoleh.
c. Memasukkan parameter dalam model berdasarkan data susceptible, infected dan recovered.
d. Menyelesaikan model SIR dengan Runge-Kutta orde empat.
e. Menarik kesimpulan pada solusi numerik model SIR menggunakan runge-kutta orde empat.

4. PEMBAHASAN

Hasil Penelitian

Data Penelitian

Berikut data Susceptible (S_0), Infected (I_0), dan Recovered (R_0) yang akan digunakan dalam penelitian ini. Data diambil dari jumlah individu yang rentan terhadap Covid-19, terinfeksi Covid-19, dan individu yang sembuh dari Covid-19 mulai dari bulan Maret-Desember 2020.

Tabel 4.1. Data *Susceptible, Infected, dan Recovered*

Variabel	Nilai	Keterangan
S_0	11.339	Data jumlah individu yang rentan terkena Covid-19 di Sulawesi Selatan pada Maret-Desember 2020
I_0	31.047	Data jumlah individu yang terinfeksi (positif) Covid-19 di Sulawesi Selatan pada Maret-Desember 2020
R_0	26.816	Data jumlah individu yang telah sembuh dari penyakit Covid-19 di Sulawesi Selatan pada Maret-Desember 2020

Dari data diatas, dapat dilihat bahwa sebanyak 11.339 yang rentan terhadap penyakit Covid-19, sebanyak 31.047 orang yang terkena penyakit Covid-19, dan sebanyak 26.816 orang yang sembuh dari penyakit Covid-19.

Adapun parameter yang digunakan dalam model Susceptible, Infected dan Recovered ini adalah sebagai berikut.

Tabel 4.2. Tabel Parameter model SIR

Parameter	Definisi	Formulasi
β	Laju penularan penyakit dari yang rentan menjadi terinfeksi	$\beta = \frac{1}{jumlah\ populasi\ rentan\ \times 280\ hari}$ $\beta = \frac{1}{11.339 \times 280}$ $= 0{,}0000003149686\ individu/hari$
μ	Laju kematian individu yang terinfeksi (positif) penyakit Covid-19	$\mu = \frac{1}{jumlah\ populasi\ meninggal \times 280\ hari}$ $\mu = \frac{1}{594 \times 280}$ $= 0{,}00000601251\ individu/hari$
γ	Laju kesembuhan dari yang terinfeksi menjadi sembuh	$\gamma = \frac{1}{jumlah\ populasi\ sembuh \times 280hari}$ $\gamma = \frac{1}{26816 \times 280}$ $= 0{,}0000001331827\ individu/hari$

Model Epidemik SIR

Dari nilai parameter yang telah diperoleh pada table 2 di atas, diperoleh model matematika sebagai berikut.

$$\frac{dS}{dt} = -0{,}0000003149686SI$$

$$\frac{dI}{dt} = 0{,}0000003149686SI - 0{,}00000601251I - 0{,}0000001331827I$$

$$\frac{dR}{dt} = 0{,}0000001331827I$$

Solusi Numerik

Model SIR yang didapatkan pada persamaan (4.1), (4.2) dan (4.3) disubstitusikan pada persamaan runge-kutta orde empat sehingga diperoleh :

$$S_{r+1} = S_r + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

$$I_{r+1} = I_r + \frac{1}{6}(l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4)$$

$$R_{r+1} = R_r + \frac{1}{6}(m_1 + 2m_2 + 2m_3 + m_4)$$

Dengan :

$$k_1 = \Delta t(-\beta S_r I_r)$$

$$l_1 = \Delta t(\beta S_r I_r - \mu I_r - \gamma I_r)$$

$$m_1 = \Delta t(\gamma I_r)$$

$$k_2 = \Delta t\left(-\beta (S_r + k_1 \tfrac{1}{2})(I_r + l_1 \tfrac{1}{2})\right)$$

$$l_2 = \Delta t\left(\beta\left(S_r + k_1 \tfrac{1}{2}\right)\left(I_r + l_1 \tfrac{1}{2}\right) - \mu\left(I_r + l_1 \tfrac{1}{2}\right) - \gamma\left(I_r + l_1 \tfrac{1}{2}\right)\right)$$

$$m_2 = \Delta t\left(\gamma\left(I_r + l_1 \tfrac{1}{2}\right)\right)$$

$$k_3 = \Delta t\left(-\beta\left(S_r + k_2 \tfrac{1}{2}\right)\left(I_r + l_2 \tfrac{1}{2}\right)\right)$$

$$l_3 = \Delta t\left(\beta\left(S_r + k_2 \tfrac{1}{2}\right)\left(I_r + l_2 \tfrac{1}{2}\right) - \mu\left(I_r + l_2 \tfrac{1}{2}\right) - \gamma(I_r + l_2 \tfrac{1}{2})\right)$$

$$m_3 = \Delta t\left(\gamma\left(I_r + l_2 \tfrac{1}{2}\right)\right)$$

$$k_4 = \Delta t\big(-\beta(S_r + k_3)(I_r + l_3)\big)$$

$$l_4 = \Delta t\big(\beta(S_r + k_3)(I_r + l_3) - \mu(I_r + l_3) - \gamma(I_r + l_3)\big)$$

$$m_4 = \Delta t\big(\gamma(I_r + l_3)\big)$$

Waktu interval atau jarak langkah yang digunakan adalah $\Delta t = 10$ hari dengan mengambil nilai awal yaitu untuk $S_0 = 11.339$, $I_0 = 31.047$, dan untuk $R_0 = 26.816$ sehingga diperoleh hasil solusi numerik model penyakit

Covid-19 menggunakan metode runge-kutta orde empat sebagai berikut.

Iterasi pertama

$k_1 = \Delta t(-\beta S_0 I_0)$
$= 10(-0{,}0000003149686 \times 11.339 \times 31.047)$
$= -1108{,}821$

$l_1 = \Delta t(\beta S_0 I_0 - \mu I_0 - \gamma I_0)$
$= 10\big((-0{,}0000003149686 \times 11.339 \times 31.047) - (0{,}00000601251 \times 31.047) - (0{,}0000001331827 \times 31.047)\big)$
$= 1108{,}6306$

$m_1 = \Delta t(\gamma I_0)$
$= 10(0{,}0000001331827 \times 31.047)$
$= 0{,}0413492$

$k_2 = \Delta t\left(-\beta(S_0 + k_1 \tfrac{1}{2})(I_0 + l_1 \tfrac{1}{2})\right)$
$= 10\left(-0{,}0000003149686\left(11.339 + \left(-1108{,}821 \times \tfrac{1}{2}\right)\right)\left(31.047 + \left(1108{,}6306 \times \tfrac{1}{2}\right)\right)\right)$
$= -1073{,}436$

$l_2 = \Delta t\left(\beta\left(S_0 + k_1 \tfrac{1}{2}\right)\left(I_0 + l_1 \tfrac{1}{2}\right) - \mu\left(I_0 + l_1 \tfrac{1}{2}\right) - \gamma\left(I_0 + l_1 \tfrac{1}{2}\right)\right)$
$= 10\left(0{,}0000003149686\left(11.339 + \left(-1108{,}821 \times \tfrac{1}{2}\right)\right)\left(31.047 + \left(1108{,}6306 \times \tfrac{1}{2}\right)\right) - \left(0{,}00000601251\left(31.047 + \left(1108{,}6306 \times \tfrac{1}{2}\right)\right)\right) - \left(0{,}0000001331827\left(31.047 + \left(1108{,}6306 \times \tfrac{1}{2}\right)\right)\right)\right)$
$= 1071{,}4935$

$m_2 = \Delta t\left(\gamma\left(I_0 + l_1 \tfrac{1}{2}\right)\right)$
$= 10\left(0{,}0000001331827\left(31.047 + \left(1108{,}6306 \times \tfrac{1}{2}\right)\right)\right)$
$= 0{,}0420875$

$k_3 = \Delta t\left(-\beta\left(S_0 + k_2 \tfrac{1}{2}\right)\left(I_0 + l_2 \tfrac{1}{2}\right)\right)$
$= 10\left(-0{,}0000001331827\left(11.339 + \left(-11073{,}436 \times \tfrac{1}{2}\right)\right)\left(31.047 + \left(1071{,}4935 \times \tfrac{1}{2}\right)\right)\right)$
$= -1074{,}565$

$l_3 = \Delta t\left(\beta\left(S_0 + k_2 \tfrac{1}{2}\right)\left(I_0 + l_2 \tfrac{1}{2}\right) - \mu\left(I_0 + l_2 \tfrac{1}{2}\right) - \gamma(I_0 + l_2 \tfrac{1}{2})\right)$
$= 10\left(0{,}0000003149686\left(11.339 + \left(-1073{,}436 \times \tfrac{1}{2}\right)\right)\left(31.047 + \left(1071{,}4935 \times \tfrac{1}{2}\right)\right) - \left(0{,}00000601251\left(31.047 + \left(1071{,}4935 \times \tfrac{1}{2}\right)\right)\right)\left(0{,}0000001331827\left(31.047 + \left(1071{,}4935 \times \tfrac{1}{2}\right)\right)\right)\right)$
$= 1072{,}62387$

$m_3 = \Delta t\left(\gamma\left(I_0 + l_2 \tfrac{1}{2}\right)\right)$
$= 10\left(0{,}0000001331827\left(31.047 + \left(1071{,}4935 \times \tfrac{1}{2}\right)\right)\right)$
$= 0{,}0420628$

$k_4 = \Delta t\big(-\beta(S_0 + k_3)(I_0 + l_3)\big)$
$= 10\left(-0{,}0000003149686\big(31.047 + (-1074{,}565)\big)\big(31.047 + (1072{,}62387)\big)\right)$

$= -1074{,}528$

$l_4 = \Delta t\big(\beta(S_0 + k_3)(I_0 + l_3) - \mu(I_0 + l_3) - \gamma(I_0 + l_3)\big)$
$= 10\Big(0{,}0000003149686\big(11.339 + (-1074{,}565)\big)\big(31.047 + (1072{,}62387)\big) - 0{,}00000601251\big(31.047 + (1072{,}62387)\big) - 0{,}0000001331827\big(31.047 + (1072{,}62387)\big)\Big)$
$= 1072{,}5869$
$m_4 = \Delta t\big(\gamma(I_0 + l_3)\big)$
$= 10\big(0{,}0000001331827(31.047 + 1072{,}62387)\big)$
$= 0{,}0420635$

Kemudian dengan mensubstitusi nilai k_1 sampai k_4, l_1 sampai l_4, dan m_1 sampai m_4 ke dalam persamaan maka :

$S_1 = S_0 + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$
$= 11.339 + \frac{1}{6}\big((-1108{,}821) + 2(-1073{,}436) + 2(-1074{,}565) + (-1074{,}528)\big)$
$= 10259{,}108$
$I_1 = I_0 + \frac{1}{6}(l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4)$
$= 31.047 + \frac{1}{6}(1108{,}6306 + 2(1071{,}4935) + 2(1072{,}62387) + 1072{,}5869)$
$= 32125{,}24$
$R_1 = R_0 + \frac{1}{6}(m_1 + 2m_2 + 2m_3 + m_4)$
$= 26.816 + \frac{1}{6}(0{,}0413492 + 2(0{,}0420875) + 2(0{,}0420628) + 0{,}0420636)$
$= 26816{,}04195$

Iterasi kedua

$k_1 = \Delta t(-\beta S_1 I_1)$
$= 10(-0{,}0000003149686 \times 10259{,}108 \times 32125{,}24)$
$= -1038{,}062$
$l_1 = \Delta t(\beta S_1 I_1 - \mu I_1 - \gamma I_1)$
$= 10\big((-0{,}0000003149686 \times 10259{,}108 \times 32125{,}24) - (0{,}00000601251 \times 32125{,}24) - (0{,}0000001331827 \times 32125{,}24)\big)$
$= 1037{,}8644$
$m_1 = \Delta t(\gamma I_1)$
$= 10(0{,}0000001331827 \times 32125{,}24)$
$= 0{,}0413492$
$k_2 = \Delta t\left(-\beta(S_1 + k_1\frac{1}{2})(I_1 + l_1\frac{1}{2})\right)$
$= 10\left(-0{,}0000003149686\left(10259{,}108 + \left(-1038{,}062 \times \frac{1}{2}\right)\left(32125{,}24 + \left(1037{,}8644 \times \frac{1}{2}\right)\right)\right)\right)$
$= -1001{,}464$
$l_2 = \Delta t\left(\beta\left(S_1 + k_1\frac{1}{2}\right)\left(I_1 + l_1\frac{1}{2}\right) - \mu\left(I_1 + l_1\frac{1}{2}\right) - \gamma\left(I_1 + l_1\frac{1}{2}\right)\right)$
$= 10\left(0{,}0000003149686\left(10259{,}108 + \left(-1038{,}062 \times \frac{1}{2}\right)\right)\left(32125{,}24 + \left(1037{,}8644 \times \frac{1}{2}\right)\right) - \left(0{,}00000601251\left(32125{,}24 + \left(1037{,}8644 \times \frac{1}{2}\right)\right)\right) - \left(0{,}0000001331827\left(32125{,}24 + \left(1037{,}8644 \times \frac{1}{2}\right)\right)\right)\right)$
$= 999{,}45771$
$m_2 = \Delta t\left(\gamma\left(I_1 + l_1\frac{1}{2}\right)\right)$
$= 10\left(0{,}0000001331827\left(32125{,}24 + \left(1037{,}8644 \times \frac{1}{2}\right)\right)\right)$
$= 0{,}0434764$
$k_3 = \Delta t\left(-\beta\left(S_1 + k_2\frac{1}{2}\right)\left(I_1 + l_2\frac{1}{2}\right)\right)$
$= 10\left(-0{,}0000001331827\left(10259{,}108 + \left(-1001{,}464 \times \frac{1}{2}\right)\right)\left(32125{,}24 + \left(1037{,}8644 \times \frac{1}{2}\right)\right)\right)$
$= -1002{,}755$

$l_3 = \Delta t\left(\beta\left(S_1 + k_2\frac{1}{2}\right)\left(I_1 + l_2\frac{1}{2}\right) - \mu\left(I_1 + l_2\frac{1}{2}\right) - \gamma(I_1 + l_2\frac{1}{2})\right)$

$= 10\left(0{,}0000003149686\left(10259{,}108 + \left(-1001{,}464 \times \frac{1}{2}\right)\right)\left(32125{,}24 + \left(999{,}45771 \times \frac{1}{2}\right)\right) - \left(0{,}00000601251\left(32125{,}24 + \left(999{,}45771 \times \frac{1}{2}\right)\right)\right)\left(0{,}0000001331827\left(32125{,}24 + \left(999{,}45771 \times \frac{1}{2}\right)\right)\right)\right)$

$= 1000{,}75014$

$m_3 = \Delta t\left(\gamma\left(I_1 + l_2\frac{1}{2}\right)\right)$

$= 10\left(0{,}0000001331827\left(32125{,}24 + \left(999{,}45771 \times \frac{1}{2}\right)\right)\right)$

$= 0{,}0434508$

$k_4 = \Delta t\big(-\beta(S_1 + k_3)(I_1 + l_3)\big)$

$= 10\left(-0{,}0000003149686\big(32125{,}24 + (-1002{,}755)\big)\big(32125{,}24 + (1000{,}75014)\big)\right)$

$= -1002{,}709$

$l_4 = \Delta t\big(\beta(S_1 + k_3)(I_1 + l_3) - \mu(I_1 + l_3) - \gamma(I_1 + l_3)\big)$

$= 10\left(0{,}0000003149686\big(10259{,}108 + (-1002{,}755)\big)\big(32125{,}24 + (1000{,}75014)\big) - 0{,}00000601251\big(32125{,}24 + (1000{,}75014)\big) - 0{,}0000001331827\big(32125{,}24 + (1000{,}75014)\big)\right)$

$= 1000{,}7036$

$m_4 = \Delta t\big(\gamma(I_1 + l_3)\big)$

$= 10\big(0{,}0000001331827(32125{,}24 + 1000{,}75014)\big)$

$= 0{,}0434517$

Kemudian dengan mensubstitusi nilai k_1 sampai k_4, l_1 sampai l_4, dan m_1 sampai m_4 ke dalam persamaan maka :

$S_2 = S_1 + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$

$= 10259{,}108 + \frac{1}{6}\big((-1038{,}062) + 2(-1001{,}464) + 2(-1002{,}755) + (-1002{,}709)\big)$

$= 9250{,}9068$

$I_2 = I_1 + \frac{1}{6}(l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4)$

$= 32125{,}24 + \frac{1}{6}(1037{,}8644 + 2(999{,}45771) + 2(1000{,}75014) + 1000{,}7036)$

$= 33131{,}74$

$R_2 = R_1 + \frac{1}{6}(m_1 + 2m_2 + 2m_3 + m_4)$

$= 26816{,}04195 + \frac{1}{6}(0{,}0427853 + 2(0{,}0434764) + 2(0{,}0434508) + 0{,}0434517)$

$= 26.816{,}0853$

Adapun untuk iterasi selanjutnya dapat dilihat dalam tabel 4.3 berikut.

Tabel 4.3. Tabel Hasil Solusi Numerik Penyakit Covid-19 Menggunakan Runge-Kutta Orde Empat

Tanggal	S_r	I_r	R_r
10-Jan-21	10259.11	32125.24	26816.042
20-Jan-21	9250.907	33131.74	26816.0853
30-Jan-21	8315.7	34065.19	26816.1299
9-Feb-21	7453.396	34925.69	26816.1758
19-Feb-21	6662.71	35714.53	26816.2228
1-Mar-21	5941.379	36433.98	26816.2707
11-Mar-21	5286.373	37087.07	26816.3196
21-Mar-21	4694.106	37677.38	26816.3693
31-Mar-21	4160.616	38208.89	26816.4198
10-Apr-21	3681.726	38685.77	26816.471
20-Apr-21	3253.181	39112.28	26816.5227
30-Apr-21	2870.751	39492.66	26816.575
10-May-21	2530.321	39831.02	26816.6278
20-May-21	2227.946	40131.31	26816.6811
30-May-21	1959.899	40397.25	26816.7346
9-Jun-21	1722.696	40632.34	26816.7886

19-Jun-21	1513.111	40839.79	26816.8428
29-Jun-21	1328.181	41022.58	26816.8973
9-Jul-21	1165.2	41183.42	26816.952
19-Jul-21	1021.716	41324.75	26817.007
29-Jul-21	895.514	41448.79	26817.0621
8-Aug-21	784.6025	41557.53	26817.1173
18-Aug-21	687.1992	41652.76	26817.1727
28-Aug-21	601.7129	41736.07	26817.2283
7-Sep-21	526.7269	41808.87	26817.2839
17-Sep-21	460.9833	41872.43	26817.3396
27-Sep-21	403.3672	41927.86	26817.3954
7-Oct-21	352.8926	41976.14	26817.4513
17-Oct-21	308.6887	42018.15	26817.5072
27-Oct-21	269.9872	42054.66	26817.5632
6-Nov-21	236.1116	42086.34	26817.6192
16-Nov-21	206.4665	42113.78	26817.6753
26-Nov-21	180.5285	42137.52	26817.7314
6-Dec-21	157.8376	42158.01	26817.7875
16-Dec-21	137.9901	42175.65	26817.8437
26-Dec-21	120.632	42190.81	26817.8998

Dapat dilihat pada tabel diatas, penambahan kasus dari yang rentan menjadi terinfeksi dari hari ke hari mengalami peningkatan. Pada tanggal 10 Januari 2021, diperoleh nilai $S = 10.259{,}11$, nilai $I = 32.125{,}24$ dan nilai $R = 26.816{,}042$. Perubahan yang terjadi dari tanggal 31 Desember sampai 10 Januari untuk nilai S mengalami penurunan sebesar 1.079 orang, untuk nilai I mengalami peningkatan sebesar 1.078 orang dan nilai R tidak mengalami perubahan. Untuk tanggal 20 Januari 2021 diperoleh nilai $S = 9.250{,}907$, nilai $I = 33.131{,}74$ dan nilai $R = 26.816{,}0853$. Dari tanggal 10 Januari ke 20 Januari nilai S mengalami penurunan yaitu sebesar 1.008 orang, sedangkan untuk nilai I mengalami kenaikan sebesar 1.006 orang dan nilai R tidak mengalami perubahan. Untuk selanjutnya dapat dilihat dalam tabel 4.3

Jumlah kasus individu yang *Susceptible* mengalami penurunan setiap harinya, namun kasus individu yang terinfeksi mengalami kenaikan. Kasus yang sembuh *(Recovered)* hanya mengalami perubahan kecil dikarenakan nilai dari laju parameternya mendekati nilai 0 yaitu 0,0000001331827.

5. DAFTAR PUSTAKA

[1] Satuan Tugas Penanganan Covid-19, “Data Sebaran Covid-19,” *https://covid19.go.id/*.

[2] R. Teguh, A. S. Sahay, and F. F. Adji, “Pemodelan Penyebaran Infeksi Covid-19 Di Kalimantan, 2020,” *Jurnal Teknologi Informasi: Jurnal Keilmuan dan Aplikasi Bidang Teknik Informatika*, vol. 14, no. 2, pp. 171–178, 2020.

[3] M. T. Hossain, M. M. Miah, and M. B. Hossain, “Numerical study of kermack-mckendrik SIR model to predict the outbreak of ebola virus diseases using euler and fourth order runge-kutta methods,” *American Academic Scientific Research Journal for Engineering, Technology, and Sciences*, vol. 37, no. 1, pp. 1–21, 2017.

[4] R. T. Handayanto and H. Herlawati, “Efektifitas Pembatasan Sosial Berskala Besar (PSBB) di Kota Bekasi Dalam Mengatasi COVID-19 dengan Model Susceptible-Infected-Recovered (SIR),” *Jurnal Kajian Ilmiah*, vol. 20, no. 2, 2020.

[5] M. Irwan, H. Pathuddin, E. Jalil, and A. Mariani, “Model epidemik SIR pada kasus COVID-19 di Indonesia,” *Jurnal MSA (Matematika dan Statistika serta Aplikasinya)*, vol. 8, no. 2, pp. 83–87, 2020.

[6] A. Sulaiman, “On dynamical analysis of the data-driven sir model (covid-19 outbreak in indonesia),” *medRxiv*, 2020.

[7] F. Adi-Kusumo, N. Susyanto, I. Endrayanto, and A. Meliala, “Model berbasis SIR dalam prediksi awal penyebaran covid-19 di daerah istimewa Yogyakarta (DIY),” *Jurnal Matematika Thales*, vol. 2, no. 1, 2020.