

Pemodelan indeks pembangunan manusia (IPM) di Provinsi Sulawesi Selatan menggunakan pendekatan regresi nonparametrik spline

M. Ikhsan Amarta¹, Risnawati Ibas¹, Adnan Sauddin¹, Wahidah Alwi^{1*}

¹Program Studi Matematika

Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar
Jl. H. M. Yasin Limpo No. 36 Gowa, Sulawesi Selatan, Indonesia. 92113

*E-mail: wahidah.alwi@uin-alauddin.ac.id

Abstrak: Indeks pembangunan manusia (IPM) digunakan untuk menilai tingkat perkembangan sosial dan ekonomi dalam suatu negara. IPM mengukur berbagai aspek penting dalam kehidupan manusia termasuk kesehatan, pendidikan, dan pendapatan bertujuan untuk memberikan gambaran yang lebih lengkap terhadap kualitas kehidupan manusia di suatu negara. Penelitian ini bertujuan untuk memodelkan IPM di Provinsi Sulawesi Selatan menggunakan pendekatan regresi nonparametrik spline *truncated*. Pendekatan regresi spline dipilih karena memiliki fleksibilitas terhadap pola data. Data yang digunakan pada penelitian ini meliputi variabel angka harapan hidup, produk domestik regional bruto, dan rata-rata lama sekolah. Dengan menggunakan metode regresi spline *truncated*, penelitian ini dilakukan untuk menemukan hubungan yang akurat antara variabel-variabel tersebut dengan indeks pembangunan manusia. Hasil penelitian ini didapatkan model regresi spline *truncated* terbaik adalah menggunakan tiga titik knot dengan variabel yang signifikan yaitu umur harapan hidup. Model terbaik dengan nilai *Generalized Cross Validation* paling minimum berada pada tiga titik knot sebesar $5,10510 \times 10^{-8}$ dengan koefisien determinasi sebesar 93,07%.

Kata Kunci: indeks pembangunan manusia, *Generalized Cross Validation*, regresi nonparametrik, spline *truncated*

Abstract: The Human Development Index (HDI) is used to assess the level of social and economic development in a country. HDI measures various important aspects of human life including health, education, and income to provide a more complete picture of the quality of human life in a country. This research aims to model the human development index in South Sulawesi Province using a spline truncated nonparametric regression approach. The spline regression approach was chosen because it has flexibility with data patterns. The data used in this study include variables of life expectancy, gross regional domestic product, and average years of schooling. By using the spline truncated regression method, this study was conducted to find an accurate relationship between these variables and the human development index. The results of this study obtained the best truncated spline regression model using three knot points with a significant variable, namely life expectancy. The best model with the minimum Generalized Cross Validation value is at three knots of 5.10510×10^{-8} with a coefficient of determinacy of 93.07%.

Keywords: human development index, Generalized Cross Validation, nonparametric regression, truncated spline

PENDAHULUAN

Indeks pembangunan manusia (IPM) digunakan untuk menilai tingkat perkembangan sosial dan ekonomi dalam suatu negara. IPM mengukur berbagai aspek penting dalam kehidupan manusia termasuk kesehatan, pendidikan, dan pendapatan bertujuan untuk memberikan gambaran yang lebih lengkap terhadap kualitas kehidupan manusia di suatu negara. Berdasarkan data BPS RI, IPM di Indonesia pada tahun 2022 mencapai 72,91 artinya meningkat 0,86 persen dibandingkan capaian tahun sebelumnya (72,29). Semakin tinggi nilai IPM suatu negara, semakin tinggi pula tingkat pembangunan manusia di negara tersebut. Sulawesi Selatan merupakan pulau yang paling padat

Cara Sitasi:

Amarta, M. I., Ibas, R., Sauddin, A., Alwi, W. (2025). Pemodelan indeks pembangunan manusia (IPM) di Provinsi Sulawesi Selatan menggunakan pendekatan regresi nonparametrik spline. *Teknosains: Media Informasi dan Teknologi*, 19(1), 64-75. <https://doi.org/10.24252/teknosains.v19i1.55454>

Diajukan 13 Februari 2025; Ditinjau 24 April 2025; Diterima 10 Juni 2025; Diterbitkan 14 Juni 2025
Copyright © 2025. The authors. This is an open access article under the CC BY-SA license

penduduknya, dan menjadi provinsi dengan jumlah penduduk peringkat ketujuh terbanyak di Indonesia. Untuk meningkatkan signifikansi nilai Indeks Pembangunan Manusia dilakukan dengan cara memaksimalkan komponen yang berpengaruh terhadap IPM baik dari segi kesejahteraan, pengetahuan, dan kesehatan.

Berdasarkan data BPS Provinsi Sulawesi Selatan mencatat bahwa IPM Sulawesi Selatan tahun 2022 sebesar 72,82 atau tumbuh sebesar 0,80 persen, dibandingkan dengan tahun sebelumnya (72,24). Hal ini menunjukkan bahwa IPM di Sulawesi Selatan terus mengalami peningkatan setiap tahunnya. Maka, perlu diketahui faktor apa saja yang berpengaruh terhadap IPM di Sulawesi Selatan agar pemerintah Provinsi Sulawesi Selatan dapat memperhatikan program yang nantinya dapat digunakan untuk terus mempertahankan dan meningkatkan pembangunan yang ada di Sulawesi Selatan.

Metode yang berfungsi untuk mengetahui faktor yang berpengaruh terhadap variabel IPM adalah analisis regresi. Ada tiga pendekatan dalam analisis regresi, diantaranya pendekatan parametrik, nonparametrik, dan semiparametrik. Pendekatan parametrik mengasumsikan bahwa model regresi dapat dijelaskan dengan parameter yang dapat diestimasi dari data yang membentuk suatu pola tertentu. Pada kenyataannya, apabila ditemukan pola hubungan regresi antar variabel yang tidak diketahui polanya (acak), permasalahan ini dapat diselesaikan dengan pendekatan regresi nonparametrik. Salah satu pendekatan nonparametrik yaitu menggunakan estimator spline *truncated* dimana terdapat titik knot yang menunjukkan terjadinya perubahan pola perilaku data. Keunggulan dari spline *truncated* memiliki fleksibilitas tinggi dan dapat memodelkan data yang memiliki karakteristik fluktuatif pada interval tertentu yang tidak dimodelkan dengan pendekatan parametrik. Spline *truncated* merupakan model polinomial yang terpotong-potong dengan titik-titik knot kurva yang mulus (Meilinda & Nusrang, 2021).

Variabel prediktor yang diduga memengaruhi IPM diantaranya umur harapan hidup, rata-rata lama sekolah dan PDRB. Pola data dari setiap variabel prediktor terhadap variabel respon menyebar secara acak, tidak mengikuti pola tertentu dan terdapat perubahan peningkatan dan penurunan secara tajam maka dapat dilakukan pemodelan menggunakan regresi nonparametrik *truncated*.

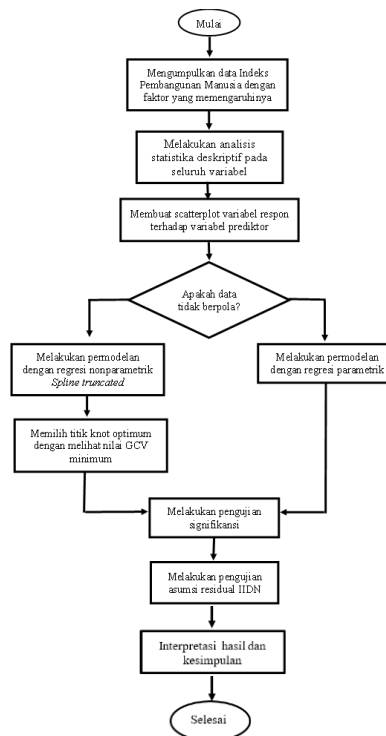
Berdasarkan uraian latar belakang maka pada penelitian ini, IPM dimodelkan menggunakan regresi nonparametrik spline *truncated*. IPM serta faktor yang berpengaruh akan diestimasi dengan berbagai titik knot untuk memperoleh model terbaik. Diketahui terdapat ketidakjelasan pola hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor pada pengecekan bentuk kurva regresi antar variabel. Pola data variabel prediktor terhadap variabel respon menyebar secara acak, tidak mengikuti pola tertentu dan terdapat perubahan peningkatan dan penurunan secara tajam menjadi pertimbangan dalam menggunakan regresi nonparametrik. Selain itu, data yang digunakan merupakan data perwilayah yang memiliki sifat fluktuatif atau cenderung berubah-ubah karena kecenderungan perbedaan faktor yang memengaruhi tingkat pembangunan manusia. Selain itu, diketahui bahwa data yang digunakan yang merupakan data perwilayah memiliki sifat yang fluktuatif atau cenderung berubah-ubah karena setiap wilayah memiliki kecenderungan perbedaan faktor yang mempengaruhi tingkat pembangunan manusia, sehingga pendekatan estimator spline *truncated* cocok digunakan karena belum diketahui bentuk polanya.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilaksanakan pada Desember 2023-Maret 2024. Jenis penelitian merupakan jenis penelitian terapan dengan jenis data yang digunakan pada penelitian ini

adalah data sekunder. Data yang digunakan adalah data indeks pembangunan manusia, angka harapan hidup, rata-rata lama sekolah, dan produk domestik regional bruto pada tahun 2022 yang diperoleh melalui publikasi yang diterbitkan oleh Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Sulawesi Selatan.

Variabel yang digunakan pada penelitian ini terdiri dari variabel respon yaitu indeks pembangunan manusia (Y) di Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2022 dan beberapa variabel prediktor yang diduga memengaruhi indeks pembangunan manusia diantaranya umur harapan hidup (X_1), rata-rata lama sekolah (X_2) dan produk domestik regional bruto (X_3). Tahapan analisis data dalam penelitian ini disajikan dengan *flowchart* pada Gambar 1.



Gambar 1. Prosedur kerja

HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Statistik Deskriptif

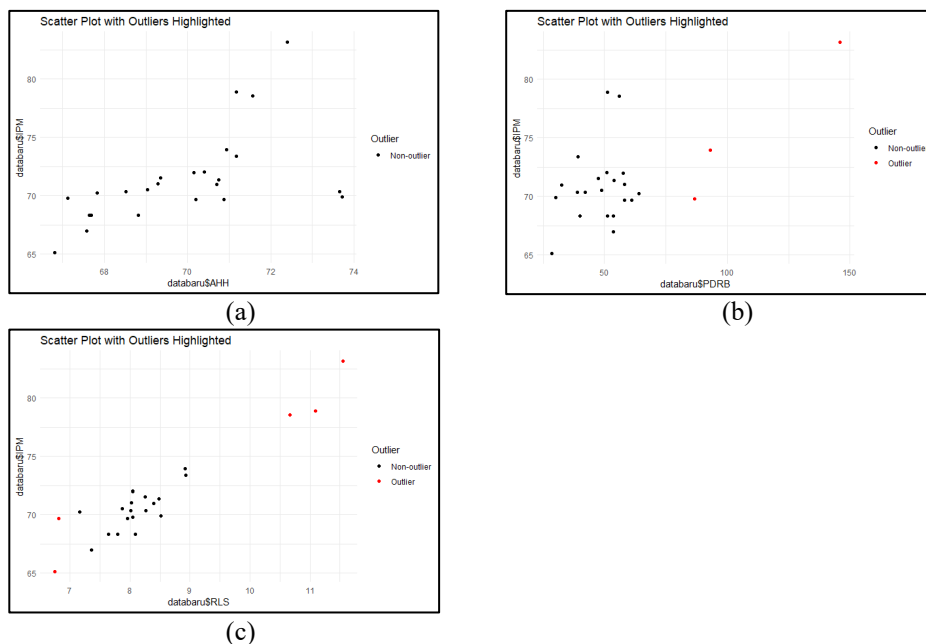
Gambaran umum setiap variabel yang digunakan pada penelitian ini ditampilkan pada Tabel 1.

Tabel 1. Statistik deskriptif

Variabel	Rata-Rata	Maksimum	Minimum	Standar Deviasi
Y	71,44	83,12	65,13	3,945276
X_1	69,89	73,72	66,81	1,938076
X_2	56,02	145,89	28,69	24,39058
X_3	8,36	11,55	6,75	1,19621

B. Pola Hubungan Variabel

Pola hubungan antar variabel prediktor terhadap variabel respon dapat dilihat berdasarkan diagram pencar (*Scatter plot*). Pada Gambar 2 ditampilkan *scatter plot* untuk melihat pola hubungan variabel variabel yang diduga berpengaruh terhadap IPM di Sulawesi Selatan.

Gambar 2. *Scatter plot* variabel respon dan variabel prediktor

Berdasarkan Gambar 2, pola hubungan antara variabel indeks pembangunan manusia dengan masing-masing variabel prediktor menunjukkan bahwa tidak terdapat bentuk pola tertentu. Ketidakjelasan pola yang terbentuk antara IPM dengan masing-masing variabel prediktor menjadi pertimbangan menggunakan estimasi regresi nonparametrik.

C. Model Regresi Nonparametrik *Spline Truncated*

Berdasarkan hasil deskripsi data, diperoleh bahwa data tidak membentuk pola tertentu (fluktuatif). Data tidak berpola dikarenakan pada setiap wilayah memiliki perbedaan karakteristik yang tinggi. Pendekatan regresi *spline truncated* cocok digunakan untuk karakteristik data yang polanya fluktuatif. Model umum regresi *spline truncated* ditunjukkan pada persamaan berikut.

$$G(x_i) = \sum_{j=0}^m \beta_j x_i^j + \sum_{k=1}^J \beta_{k+m} (x_i - K_k)_+^m$$

Sebelum melakukan analisis *spline* lebih lanjut, berdasarkan data yang digunakan terdapat data yang secara signifikan berbeda dengan data yang lain, sehingga untuk mengatasi hal tersebut dilakukan transformasi pada data. Transformasi yang digunakan adalah transformasi invers (kebalikan). Transformasi ini dilakukan dengan membalik nilai asli pada data.

1. Model regresi nonparametrik *spline truncated* satu titik knot

Nilai GCV yang diperoleh menggunakan satu titik knot ditunjukkan pada Tabel 2.

Tabel 2. Titik knot optimum dengan satu knot

Knot			GVC
X_1	X_2	X_3	
0,01408	0,01714	0,10920	5,76684e-08
0,01411	0,01771	0,11045	5,78577e-08
0,01414	0,01828	0,11170	5,73689e-08
0,01416	0,01885	0,11297	5,61173e-08
0,01419	0,01943	0,11422	5,60572e-08

0,01422	0,01999	0,11547	5,68480e-08
0,01425	0,02057	0,11674	5,74199e-08
0,01428	0,02114	0,11799	5,70494e-08
0,01431	0,02171	0,11925	5,75972e-08
0,01433	0,02228	0,12050	5,81599e-08

Berdasarkan titik knot yang didapatkan pada Tabel 2, didapatkan model regresi nonparametrik *spline* menggunakan satu titik knot adalah sebagai berikut.

$$G(x_i) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \hat{\beta}_2 (x_1 - 0,01419)_+ + \hat{\beta}_3 x_2 + \hat{\beta}_4 (x_2 - 0,01943)_+ + \hat{\beta}_5 x_3 + \hat{\beta}_6 (x_3 - 0,11422)_+$$

Pada Tabel 2, terlihat bahwa GCV terkecil dengan satu titik knot adalah 5,60572e-08. Nilai titik knot yang diperoleh untuk variabel Umur Harapan Hidup (UHH) adalah 0,01419, untuk variabel Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) adalah 0,01943, dan Rata-rata Lama Sekolah (RLS) adalah 0,11422.

2. Model regresi nonparametrik *spline truncated* dua titik knot

Nilai GCV yang diperoleh dengan menggunakan dua titik knot ditunjukkan pada Tabel 3.

Tabel 3. Titik knot optimum dengan dua knot

Knot			GVC
X_1	X_2	X_3	
0,0142	0,0189	0,1130	5,90735e-08
0,0149	0,0342	0,1469	
0,0142	0,0189	0,1130	5,61172e-08
0,0150	0,0349	0,1481	
0,0142	0,0194	0,1142	5,11001e-08
0,0142	0,0110	0,1155	
0,0142	0,0194	0,1142	5,95063e-08
0,0143	0,0206	0,1167	
0,0142	0,0194	0,1142	6,00363e-08
0,0143	0,0211	0,1180	
0,0142	0,0194	0,1142	6,07714e-08
0,0143	0,0217	0,1192	
0,0142	0,0194	0,1142	6,17065e-08
0,0143	0,0223	0,1205	
0,0142	0,0194	0,1142	6,26206e-08
0,0144	0,0229	0,1218	
0,0142	0,0194	0,1142	6,33139e-08
0,0144	0,0234	0,1230	
0,0142	0,0194	0,1142	6,41873e-08
0,0144	0,0240	0,1243	

Berdasarkan titik knot yang didapatkan pada Tabel 3, didapatkan nilai GCV terkecil sebesar 5,11001e-08. Maka model regresi nonparametrik *spline truncated* menggunakan dua titik knot adalah sebagai berikut.

$$G(x_i) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \hat{\beta}_2 (x_1 - 0,0142)_+ + \hat{\beta}_3 (x_1 - 0,0142)_+ + \hat{\beta}_4 x_2 + \hat{\beta}_5 (x_2 - 0,0194)_+ + \hat{\beta}_6 (x_2 - 0,0110)_+ + \hat{\beta}_7 x_3 + \hat{\beta}_8 (x_3 - 0,1142)_+ + \hat{\beta}_9 (x_3 - 0,1155)_+$$

Berdasarkan model di atas, titik knot untuk variabel umur harapan hidup adalah k_1 sebesar 0,0142 dan k_2 sebesar 0,0142. Nilai titik knot untuk variabel PDRB adalah k_1 sebesar 0,0194 dan k_2 sebesar 0,0110. Nilai titik knot untuk variabel rata-rata lama sekolah adalah k_1 sebesar 0,1142 dan k_2 sebesar 0,1155.

3. Model regresi nonparametrik *spline truncated* tiga titik knot

Estimasi parameter pada regresi nonparametrik *spline truncated* dengan tiga titik knot didapatkan beberapa iterasi. Hasil iterasi dengan nilai GCV terkecil ditunjukkan pada Tabel 4.

Tabel 4. Titik knot optimum dengan tiga knot

Knot			GCV
X_1	X_2	X_3	
0,01399	0,01542	0,10542	6,31462e-08
0,01417	0,01885	0,11297	
0,01419	0,01943	0,11422	
0,01399	0,01543	0,10543	5,10510e-08
0,01417	0,01885	0,11297	
0,01422	0,020	0,11548	
0,01399	0,01543	0,10543	5,21041e-08
0,01417	0,01885	0,11297	
0,01425	0,02057	0,11674	
0,01399	0,01543	0,10543	5,52259e-08
0,01417	0,01885	0,11297	
0,01428	0,02114	0,11799	
0,01399	0,01542	0,10542	5,80974e-08
0,01417	0,01885	0,11297	
0,01430	0,02171	0,11924	
0,01399	0,01542	0,10543	6,14921e-08
0,01417	0,01885	0,11297	
0,01434	0,02228	0,12050	
0,01399	0,01543	0,10543	6,47353e-08
0,01417	0,01885	0,11297	
0,01437	0,02285	0,12176	
0,01399	0,01542	0,10542	6,74125e-08
0,01417	0,01885	0,11297	
0,01440	0,02342	0,12301	
0,01399	0,01542	0,10543	6,96804e-08
0,01417	0,01885	0,11297	
0,01442	0,02400	0,12427	
0,01399	0,01543	0,10543	7,09696e-08
0,01417	0,01885	0,11297	
0,01445	0,02457	0,12553	

Berdasarkan titik-titik knot dengan nilai GCV terkecil pada Tabel 4, didapatkan model nonparametrik *spline truncated* dengan menggunakan tiga titik knot adalah sebagai berikut.

$$G(x_i) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \hat{\beta}_2 (x_1 - 0,1399)_+ + \hat{\beta}_3 (x_1 - 0,01417)_+ + \hat{\beta}_4 (x_1 - 0,01422)_+ + \hat{\beta}_5 x_2 + \hat{\beta}_6 (x_2 - 0,01543)_+ + \hat{\beta}_7 (x_2 - 0,01885)_+ + \hat{\beta}_8 (x_2 - 0,020)_+ + \hat{\beta}_9 x_3 + \hat{\beta}_{10} (x_3 - 0,10543)_+ + \hat{\beta}_{11} (x_3 - 0,11297)_+ + \hat{\beta}_{12} (x_3 - 0,11548)_+$$

Berdasarkan Tabel 4, nilai GCV yang paling minimum adalah 5,10510e-08. Titik knot untuk variabel Umur Harapan Hidup (X_1) adalah $k_1 = 0,01399$, $k_2 = 0,01417$, dan $k_3 = 0,01422$. Nilai titik knot untuk variabel Produk Domestik Regional Bruto (X_2) adalah $k_1 = 0,01543$, $k_2 = 0,01885$, dan $k_3 = 0,020$. Sedangkan nilai titik knot variabel Rata-rata Lama Sekolah adalah $k_1 = 0,10543$, $k_2 = 0,11297$, dan $k_3 = 0,11548$.

4. Pemilihan model terbaik dengan GCV

Perbandingan nilai GCV terkecil tiga titik knot, dua titik knot, dan tiga titik knot dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5. Nilai GCV masing-masing knot

Jumlah Knot	GCV
1 Titik Knot	5,60572e-08
2 Titik Knot	5,11001e-08
3 Titik Knot	5,10510e-08

Berdasarkan Tabel 5, nilai GCV yang paling minimum adalah model spline dengan menggunakan tiga titik knot, sehingga model tersebut digunakan sebagai model terbaik dengan jumlah parameter model sebanyak 13 parameter termasuk konstanta (β_0).

5. Penaksiran parameter model regresi nonparamterik *spline truncated*

Berdasarkan nilai GCV paling minimum, model *spline* terbaik yang digunakan adalah model *spline* tiga titik knot dengan estimasi parameter model regresi dapat dilihat pada Tabel 6.

Tabel 6. Parameter model regresi nonparametrik *spline truncated*

Variabel	Parameter	Estimasi
X_1	β_0	0,1546936
	β_1	-7,1395005
	β_2	-2,8546589
	β_3	2,6178759
	β_4	8,0904107
X_2	β_5	-0,7585919
	β_6	-0,2507903
	β_7	0,2580716
X_3	β_8	0,7669336
	β_9	-0,4623502
	β_{10}	0,6431374
	β_{11}	1,7620184
	β_{12}	-1,9175251

Hasil estimasi parameter pada Tabel 6, didapatkan model regresi nonparametrik sebagai berikut.

$$G(x_i) = 0,155 - 7,140x_1 - 2,855(x_1 - 0,1399)_+ + 2,618(x_1 - 0,01417)_+ + 8,090(x_1 - 0,01422)_+ - 0,759x_2 - 0,251(x_2 - 0,01543)_+ + 0,258(x_2 - 0,01885)_+ + 0,767(x_2 - 0,020)_+ - 0,462x_3 + 0,643(x_3 - 0,10543)_+ + 1,762(x_3 - 0,11297)_+ - 1,918(x_3 - 0,11548)_+$$

6. Pengujian parameter model regresi *spline*

a. Pengujian parameter serentak

Hipotesis pengujian parameter secara serentak adalah sebagai berikut.

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_{12} = 0$$

$$H_1 : \text{Minimal ada satu } \beta_j \neq 0 ; j = 1, 2, \dots, 12$$

Hasil pengujian signifikansi parameter secara serentak menggunakan *Analysis of varians* (ANOVA) yang ditunjukkan pada Tabel 7.

Tabel 7. Analysis of Varians (ANOVA) uji signifikansi

Sumber Variasi	df	Sum Square (SS)	Mean Square (MS)	F_{hitung}
Regresi	12	1,129699e-05	9,414158e-07	12,30571
Error	11	8,415257e-07	7,650234e-08	
Total	23	1,213852e-05	-	

Berdasarkan Tabel 7, didapatkan nilai F_{hitung} sebesar 12,30571. Maka dapat disimpulkan bahwa nilai F_{hitung} lebih besar dari $F_{tabel(0,05,12,11)}$ yaitu 2,79. Sehingga dapat disimpulkan bahwa tolak H_0 yang artinya terdapat minimal satu parameter yang berpengaruh terhadap Indeks Pembangunan Manusia. Berdasarkan kesimpulan tersebut, maka dilanjutkan ke uji parsial atau individu.

a. Pengujian parameter secara parsial

Hipotesis yang digunakan sebagai berikut:

$$H_0 : \beta_j = 0$$

$$H_1 : \beta_j \neq 0, j = 1, 2, \dots, 12$$

Hasil pengujian signifikansi parameter secara serentak menggunakan uji t yang terdapat pada Tabel 8.

Tabel 8. Pengujian parameter secara parsial

Variabel	Parameter	Koefisien	t_{hitung}	P-Value	Keputusan
X_1	β_0	0,155	2,1993063	0,050147	Tidak signifikan
	β_1	-7,140	-2,261026	0,045011	Signifikan
	β_1	-2,855	-2,213445	0,048923	Signifikan
	β_1	2,618	2,3633088	0,037594	Signifikan
	β_2	8,090	2,3100308	0,041296	Signifikan
X_2	β_3	-0,759	-0,898683	0,388070	Tidak signifikan
	β_1	-0,251	-0,891251	0,391872	Tidak signifikan
	β_1	0,258	0,9159652	0,379328	Tidak signifikan
	β_4	0,767	0,9077718	0,383455	Tidak signifikan
	β_5	-0,462	-0,768644	0,45829	Tidak signifikan
X_3	β_1	0,643	1,0124960	0,333054	Tidak signifikan
	β_1	1,762	0,9411084	0,366858	Tidak signifikan
	β_6	-1,918	-1,001997	0,337878	Tidak signifikan

Berdasarkan Tabel 8 dapat dilihat bahwa dari 13 parameter model regresi nonparametrik *spline truncated*, jika dibandingkan dengan taraf signifikansi sebesar 0,05 maka semua parameter signifikan diantaranya. Parameter yang signifikan tersebut pada variabel Umur Harapan Hidup (X_1). Selain itu, diperoleh nilai koefisien determinasi untuk melihat seberapa baik model yang terbentuk mampu menjelaskan variabilitas angka IPM di Sulawesi Selatan. Hasil perhitungan koefisien determinasi sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 R^2 &= \frac{SS_{regresi}}{SS_{total}} \times 100\% \\
 &= \frac{1,129699e-05}{1,213852e-05} \times 100\% \\
 &= 93,07\%
 \end{aligned}$$

Berdasarkan perhitungan didapatkan nilai R^2 sebesar 93,07%. Artinya variabel umur harapan hidup, PDRB, dan rata-rata lama sekolah mampu menjelaskan 93,07 variasi IPM, sedangkan sisanya 6,93% dijelaskan variabel lain.

7. Pengujian asumsi residual

a. Uji asumsi identik

Asumsi identik dilakukan untuk mengetahui variansi antar residual atau homogenitas. Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_n^2 = \sigma^2$$

$$H_1 : \text{Minimal ada satu } \sigma_i^2 \neq \sigma^2; i = 1, 2, \dots, 24$$

Hasil uji statistik *Glejser* ditunjukkan pada Tabel 9.

Tabel 9. ANOVA pengujian asumsi residual identik

Sumber variasi	df	Sum Square (SS)	Mean Square (MS)	F_{hitung}	P-Value
Regresi	12	7,373809e-08	6,14484e-08	0,1934325	0,99571
Eror	11	3,494411e-07	3,17674e-08		
Total	23	4,231792e-07	-		

Berdasarkan Tabel 9, diperoleh nilai F_{hitung} sebesar 0,1934325 dan p-value sebesar 0,99571. Dengan nilai F_{tabel} sebesar 2,79, maka nilai $F_{hitung} < F_{tabel}$ artinya gagal tolak H_0 sehingga tidak terjadi heterokedastisitas. Selain itu, nilai α sebesar 0,05 jika dibandingkan dengan p-value yang didapatkan sebesar 0,99571, maka nilai p-value $> 0,05$. Sehingga dapat diputuskan bahwa gagal tolak H_0 . Maka dapat diartikan bahwa tidak terjadi heterokedastisitas pada model. Hal ini menunjukkan bahwa residual memenuhi asumsi identik.

b. Uji asumsi independen

Untuk menguji asumsi independen dapat menggunakan uji *Durbin-Watson* dengan hipotesis sebagai berikut:

$H_0 : \rho = 0$ (tidak terjadi autokorelasi)

$H_1 : \rho \neq 0$ (terjadi autokorelasi)

Nilai *Durbin-Watson* yang didapatkan adalah sebesar 1,998858. Dengan nilai dU dan dL sebesar 1,6565 dan 1,1010 maka dapat disimpulkan bahwa gagal tolak H_0 sehingga tidak terdapat autokorelasi.

c. Uji distribusi normal

Pengujian dilakukan dengan analisis statistik *Kolmogorov-Smirnov*. Hipotesis sebagai berikut:

$H_0 : F_0(x) = F(x)$ (residual mengikuti distribusi normal)

$H_1 : F_0(x) \neq F(x)$ (residual tidak mengikuti distribusi normal)

Tabel 10. ANOVA pengujian asumsi residual identik

$p\text{-value}$	α
0,4678457	0,05

Berdasarkan Tabel 10, nilai $p\text{-value}$ yang diperoleh sebesar 0,4678457, sehingga nilai p-value yang didapatkan lebih besar dari 0,05. Sehingga gagal tolak H_0 artinya asumsi residul berdistribusi normal terpenuhi.

8. Interpretasi model

Berdasarkan hasil analisis, diperoleh persamaan menggunakan analisis regresi nonparametrik *spline turncated* dengan tiga titik knot sebagai berikut.

$$G(x_i) = 0,155 - 7,140x_1 - 2,855(x_1 - 0,1399)_+ + 2,618(x_1 - 0,01417)_+ + 8,090(x_1 - 0,01422)_+ - 0,759x_2 - 0,251(x_2 - 0,01543)_+ + 0,258(x_2 - 0,01885)_+ + 0,767(x_2 - 0,020)_+ - 0,462x_3 + 0,643(x_3 - 0,10543)_+ + 1,762(x_3 - 0,11297)_+ - 1,918(x_3 - 0,11548)_+$$

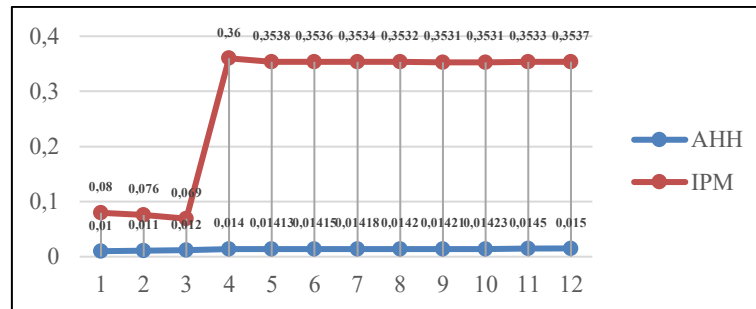
Dari model tersebut, didapatkan model persamaan karakteristik variabel yang signifikan berpengaruh terhadap indeks pembangunan manusia yaitu variabel angka harapan hidup. Berikut merupakan interpretasi model persamaan karakteristik variabel angka harapan hidup.

$$G(x_i) = 0,155 - 7,140x_1 - 2,855(x_1 - 0,1399)_+ + 2,618(x_1 - 0,01417)_+ + 8,090(x_1 - 0,01422)_+$$

Berdasarkan model diatas, didapatkan fungsi karakteristik sebagai berikut.

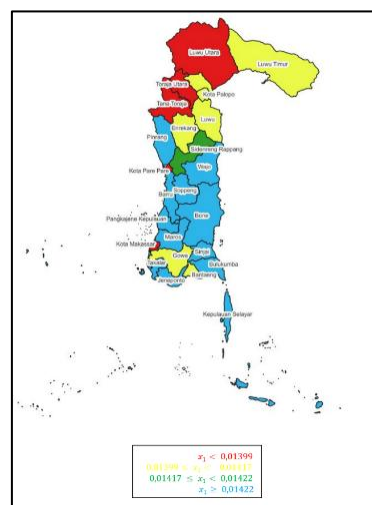
$$G(x_1) = \begin{cases} 0,155 - 7,140x_1 & ; & x_1 < 0,01399 \\ 0,495 - 9,995x_1 & ; & 0,01399 \leq x_1 < 0,01417 \\ 0,458 - 7,377x_1 & ; & 0,01417 \leq x_1 < 0,01422 \\ 0,343 + 0,713x_1 & ; & x_1 \geq 0,01422 \end{cases}$$

Berdasarkan fungsi karakteristik tersebut dapat diinterpretasikan dengan grafik sebagai berikut.



Gambar 3. Grafik pola hubungan variabel umur harapan hidup dengan indeks pembangunan manusia

Berdasarkan Gambar 3, dapat dilihat bahwa jika suatu daerah memiliki persentase umur harapan hidup kurang dari 0,01399 persen maka cenderung menurunkan persentase indeks pembangunan manusia. Kabupaten/kota yang termasuk dalam interval ini adalah Tana Toraja, Toraja Utara, Makassar, dan Pare-pare. Pada saat persentase umur harapan hidup berada pada interval 0,01399 sampai 0,01417 persen maka cenderung menurunkan persentase indeks pembangunan manusia. Kabupaten/kota yang termasuk pada interval ini adalah Bantaeng, Gowa, Enrekang, Luwu, Luwu Timur, dan Palopo. Pada saat persentase umur harapan hidup berada pada interval 0,01417 sampai 0,01422 persen maka cenderung menurunkan persentase indeks pembangunan manusia. Kabupaten/kota yang termasuk pada interval ini adalah Sidrap. Pada saat persentase umur harapan hidup berada pada interval lebih besar atau sama dengan 0,01422 persen maka cenderung meningkatkan persentase indeks pembangunan manusia. Kabupaten/kota yang termasuk pada interval ini adalah Kepulauan Selayar, Bulukumba, Jeneponto, Takalar, Sinjai, Maros, Pangkep, Barru, Bone, Soppeng, Wajo, Pinrang dan Luwu Utara. Hal ini dapat dilihat pada Gambar 4.



Gambar 4. Visualisasi peta X_1

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa model regresi nonparametrik *spline truncated* terbaik yang terbentuk untuk kasus indeks pembangunan manusia (IPM) di Provinsi Sulawesi Selatan pada tahun 2022 adalah dengan menggunakan tiga titik knot. Nilai GCV terkecil sebesar 5,10510e-08 dan nilai dari koefisien determinasi (R^2) sebesar 93,07%. Model yang dihasilkan adalah sebagai berikut:

$$G(x_i) = 0,155 - 7,140x_1 - 2,855(x_1 - 0,1399)_+ + 2,618(x_1 - 0,01417)_+ + 8,090(x_1 - 0,01422)_+ - 0,759x_2 - 0,251(x_2 - 0,01543)_+ + 0,258(x_2 - 0,01885)_+ + 0,767(x_2 - 0,020)_+ - 0,462x_3 + 0,643(x_3 - 0,10543)_+ + 1,762(x_3 - 0,11297)_+ - 1,918(x_3 - 0,11548)_+$$

Faktor-faktor yang signifikan berpengaruh terhadap indeks pembangunan manusia di Provinsi Sulawesi Selatan pada tahun 2022 adalah variabel Umur Harapan Hidup (X_1).

DAFTAR PUSTAKA

- Abie, R. M., & Dewi, R. (2023). Pengaruh teknologi, tingkat kemiskinan, pengeluaran pemerintah, dan pertumbuhan ekonomi terhadap indeks pembangunan manusia di Provinsi Jawa Barat 2007-2021. *Jurnal Riset Ilmu Ekonomi Dan Bisnis*, 3(1), 45–52. <https://doi.org/10.29313/jrieb.v3i1.1924>.
- Asmira, A., Bustan, M. N., & Aidid, M. K (2020). Penerapan regresi nonparametrik spline dalam memodelkan faktor-faktor yang mempengaruhi indeks pembangunan manusia di Provinsi Sulawesi Selatan tahun 2015. *VARIANSI: Journal of Statistics and Its Application on Teaching and Research*, 2(2), 92-109. <https://doi.org/10.35580/variansiunm12902>.
- Ambarwati, A. (2013). Tenaga kerja wanita dalam perspektif islam. *Muwazah: Jurnal Kajian Gender*, 1(2), 14-27. <https://doi.org/10.28918/muwazah.v1i2.284>.
- Anwar, S. (2014). Regresi Nonparametrik Spline Untuk Pemodelan Tingkat Pengangguran Terbuka di Jawa Barat. *Skripsi*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh November.
- Arofah, I., & Rohimah, S. (2019). Analisis jalur untuk pengaruh angka harapan hidup, harapan lama sekolah, rata-rata lama sekolah terhadap indeks pembangunan manusia melalui pengeluaran riil per kapita di Provinsi Nusa Tenggara Timur. *Jurnal Saintika Unpam : Jurnal Sains dan Matematika Unpam*, 2(1), 76-87. <https://doi.org/10.32493/jsmu.v2i1.2920>.
- Dani, A. T. R., Adrianingsih, N. Y., Ainurrochmah, A., & Sriningsih, R. (2021). Flexibility of nonparametric regression spline truncated on data without a specific pattern. *Jurnal Litbang Edusaintech*, 2(1), 37–43. <https://doi.org/10.51402/jle.v2i1.30>.
- Dewi, A. F., & Ahadiyah, K. (2023). Analisis regresi spline truncated pada indeks pembangunan manusia (IPM) di Provinsi Jawa Timur tahun 2021. *Inferensi*, 6(1), 65-72. <https://doi.org/10.12962/j27213862.v6i1.14107>.
- Dewi, N. C. S., & Budiantara, I. N. (2018). Faktor-faktor yang mempengaruhi di Provinsi Jawa Timur menggunakan regresi nonparametrik spline truncated faktor-faktor regresi nonparametrik spline truncated. *Jurnal Sains dan Seni ITS*, 7(2), 184–191. <http://dx.doi.org/10.12962/j23373520.v7i2.35267>.
- Evitasari, N., Handajani, S., & Pratiwi, H. (2022). Pemodelan faktor-faktor yang memengaruhi angka kesembuhan tuberkulosis di Jawa Barat menggunakan regresi spline truncated. *Majalah Ilmiah Matematika dan Statistika*, 22(2), 118–130. <https://doi.org/10.19184/mims.v22i2.30356>.
- Fathurahman, M. (2011). Estimasi Parameter Model Regresi Spline. *Jurnal Eksponensial*, 2(1), 53-58.
- Izzah, N., & Budiantara, I. N. (2020). Pemodelan faktor-faktor yang mempengaruhi tingkat partisipasi angkatan kerja perempuan di Jawa Barat menggunakan regresi nonparametrik spline truncated. *Inferensi*, 3(1), 21-27. <https://doi.org/10.12962/j27213862.v3i1.6878>.
- Khudzaifi, M. S. (2017). Pemodelan Kasus Penyakit Diare Pada Balita Di Kota Surabaya Menggunakan Regresi Nonparametrik Spline Truncated. *Skripsi*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh November.
- Meilinda, S., Sudarmin, & Nusrang, M. (2021). Pendekatan regresi nonparametrik spline truncated pada indeks pembangunan manusia di Sulawesi Selatan. *VARIANSI: Journal of Statistics and Its Application on Teaching and Research*, 3(2), 83–89. <http://dx.doi.org/10.35580/variansiunm12895>.
- Mudawamah, S. A., Swastika, G. T., Narendra, R., & Qomarudin, M. (2022). Pemodelan regresi semiparametrik dengan pendekatan spline truncated pada indeks pembangunan manusia (IPM) di Jawa Timur. *Jurnal Statistika Dan Komputasi*, 1(2), 64–73. <https://doi.org/10.32665/statkom.v1i2.1169>.

- Noviani, W., Sifriyani, S., & Purnamasari, I. (2020). Pemodelan regresi nonparametrik spline linear persentase penduduk miskin di Kalimantan. *Jurnal Siger Matematika*, 1(2), 35–41.
- Nurchayani, H., Budiantara, I. N., & Zain, I. (2019). Nonparametric truncated spline regression on modelling mean years schooling of regencies in Java. *AIP Conference Proceedings*, 2194, 1-8. <https://doi.org/10.1063/1.5139805>.
- Putri, I. M. E. (2018). Regresi Nonparametrik Spline Truncated Untuk Memodelkan Persentase Peserta KB Baru Pasca Persalinan dan Pasca Keguguran di Jawa Timur Tahun 2016. *Skripsi*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Ramli, M., Ratnasari, V., & Budiantara, I. N. (2020). Estimation of matrix variance-covariance on nonparametric regression spline truncated for longitudinal data. *Journal of Physics: Conference Series*, 1562(1), 1-8. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1562/1/012014>.
- Santika, Hanum, N., Safuridar, & Asnidar. (2022). Pengaruh jumlah penduduk, angka harapan hidup dan rata-rata lama sekolah terhadap indeks pembangunan manusia di Kabupaten Aceh Tamiang. *OPTIMAL: Jurnal Ekonomi dan Manajemen*, 2(4), 250–260. <http://dx.doi.org/10.55606/optimal.v2i4.742>.
- Sindy, R. N. (2017). Interval Konfidensi Untuk Parameter Model Regresi Nonparametrik Spline Truncated Multivariabel. *Skripsi*. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Swastika, S. U., & Arifin, Z. (2023). Pengaruh rata-rata lama sekolah, umur harapan hidup, dan pengeluaran perkapita terhadap pertumbuhan ekonomi DKI Jakarta. *Jurnal Ilmu Ekonomi (JIE)*, 7(03), 449–464. <https://doi.org/10.22219/jie.v7i03.28113>.
- Tetrapoik, A. E., Lembang, F. K., Ilwaru, V. Y. I., & Lewaherilla, N. (2023). Pemodelan regresi nonparametrik spline dan aplikasinya pada indeks kebahagiaan provinsi di Indonesia. *Jurnal Riset Dan Aplikasi Matematika (JRAM)*, 7(1), 56–65. <https://doi.org/10.26740/jram.v7n1.p56-65>.
- Tupen, S. N., & Budiantara, I. N. (2011). Uji hipotesis dalam regresi nonparametrik spline. *Prosiding Seminar Nasional Statistik Universitas Diponegoro*, 978–979.