ANALISIS DATA KATEGORI DENGAN LOG LINIER MENGGUNAKAN PRINSIP HIRARKI (STUDI KASUS JUMLAH KECELAKAAN LALU LINTAS DI KOTA MAKASSAR TAHUN 2011).

Try Azisah Nurman
Dosen Pada Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Alauddin Makassar
e-mail: chicha_chirwan@yahoo.com

Abstrac*t: Presentation of data commonly used frequency tables, but for categorical data, the table used is the contingency table, it is a table in the form of rows and columns and can be used for two or more variables. As with the variable type of vehicle, age, and education level in the case of traffic accidents of Makassar in 2011. If the case stated in the table is included in the category of three-dimensional contingency table, then the appropriate analysis use is an analysis of the log linear analysis, it is techniques to determine the cause dependency category. The parameters of the log linear models estimated using Maximum Likelihood. Test used is the Goodness of Fit test aims to determine independence between variables with the statistical Chi-Square test or Likelihood Ratio. Furthermore, the selection of the best model using backward Elimination matode which basically uses the principle of hierarchy. In the estimation of log linear models for three-dimensional model has several estimators corresponding to such possible models: estimator for model (X, Y, Z) is* $\widehat{m}_{ijk} = \frac{(n_{i..})(n_{.j.})(n_{..k})}{n_{...}^2}$*, then the other estimators in accordance with their respective models. The produced analysis of log linear analysis of traffic accidents in the city of Makassar in 2011 is a model of interaction between the types of vehicles with Last Education and age of the rider with driver education last driver.*

Keywords*:*

PENDAHULUAN

Penelitian adalah suatu pekerjaan yang melangkah dari sebuah teori kepada fakta. Penelitian memiliki tiga tingkatan yaitu: 1) Penelitian dalam upaya mencari masalah atau menjajaki masalah, 2) Penelitian dalam upaya mengembangkan masalah, dan 3) Penelitian dalam upaya menguji jawaban terhadap masalah. Tingkatan penelitian yang terakhir yaitu penelitian yang berupaya menguji (verifikasi) jawaban masalah, maksudnya adalah menguji jawaban hasil pemikiran (rasional) yang bersifat sementara (hipotesis) [Subyantoro, 2007]. Sebelum pengujian hipotesis terlebih dahulu perlu ditetapkan data atau informasi empirik yang akan digunakan.

Data hasil penelitian dapat berupa angka atau berbentuk kategori, seperti tinggi, sedang, dan pendek, atau ramai, sedang, dan sepi. Hal ini menjadi sebuah masalah dalam menganalisis data, karena harus menggunakan metode yang berbeda dengan metode yang digunakan dalam penelitian yang menghasilkan data numerik.

Penyajian data dituangkan dalam tabel untuk memudahkan analisis. Umumnya tabel berbentuk baris dan kolom, yang menggambarkan tentang variabel dan frekuensinya. Data kategori yang terdiri dari beberapa variabel disajikan dalam tabel kontingensi, yaitu tabel yang berbentuk baris dan kolom dan dapat digunakan untuk dua atau lebih variabel, dengan beberapa kategori.

Metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah seperti ini misalnya menggunakan analisis logistik, namun uji ini menggunakan variabel dikotomi. Variabel dikotomi hanya terdiri atas dua nilai, yang mewakili kemunculan atau tidak adanya suatu kejadian, yang biasanya diberi angka 0 atau 1. Metode lain yang dapat digunakan adalah analisis log linier. Analisis log linier dapat digunakan untuk menganalisis pola hubungan antar sekelompok variabel kategori baik yang mencakup dua variabel, tiga variabel, atau lebih. Analisis log linear merupakan perpanjangan dari tabel kontingensi dua arah dimana hubungan kondisional antara dua atau lebih diskrit, variabel kategoris dianalisis dengan mengambil logaritma natural dari frekuensi sel dalam tabel kontingensi.

Model log linier bisa diperoleh dengan dua cara yaitu menggunakan model teoritis (non hirarki) atau prinsip hirarki. Prinsip hirarki adalah suatu cara untuk mencari semua kemungkinan dari metode yang ada. Dikatakan prinsip hirarki jika suatu komponen ada dalam model maka penyusun komponen itu ada pula dalam model. Dengan menggunakan model hirarki dapat diketahui semua komponen yang memberikan kontribusi dalam model. Sehingga prinsip yang dapat dipertimbangkan digunakan untuk analisis log linier adalah prinsip hirarki.

KAJIAN TEORITIS

Variabel Kategorik

Variabel merupakan topik atau peristiwa yang diteliti. Seperti: umur seseorang, adalah suatu data tentang variabel umur penduduk [Tiro, 1999]. Suatu variabel dikatakan variabel kategorik jika variabel tersebut mempunyai skala pengukuran yang terdiri dari sekumpulan kategori tertentu. Seperti umur terdiri dari beberapa kategori, anak-anak, remaja, dan dewasa. Nilai dari kategori sering disebut sub kategori atau disebut juga tingkat dari variabel kategorik, contohnya anak-anak, merupakan sub kategori. Data yang diperoleh dari hasil berbagai macam subjek terhadap satu atau lebih variabel kategorik disebut data kategorik. Data kategorik merupakan data hasil klasifikasi semua individu sampel ke dalam satu atau lebih variabel kategorik secara bersamaan. Dengan demikian, data kategorik dari hasil suatu pengamatan mengandung variabel-variabel yang berkategori, sekaligus merupakan data yang berupa frekuensi pengamatan [Hapsari, 2011].

Tabel Kontingensi

Tabel kontingensi merupakan teknik penyusun data untuk melihat hubungan antara variabel dalam satu tabel. Variabel yang digunakan merupakan variabel kategorik yang memiliki skala nominal atau ordinal [Mahulae, 2009]. Tabel ini dapat digunakan untuk dua dimensi (dua variabel), tiga dimensi (tiga variabel), atau bahkan lebih.

1. Tabel Kontingensi Dua Dimensi

Secara umum, tabel kontingensi dua dimensi dapat disajikan dalam bentuk tabel I x J. Tabel I x J terdapat dua variabel yaitu variabel A dan variabel B. Dalam tabel ini mempunyai I baris yang menyatakan kategori dari variabel A dan J kolom yang menyatakan kategori dari variabel B. Terdapat IJ sel dalam tabel yang berisi frekuensi pengamatan yang terjadi dari kombinasi kedua kategori variabel sehingga diperoleh data berkategori dalam bentuk kontingensi dua dimensi berukuran I x J [Hapsari, 2011]. Tabel kontingensi I x J dapat disajikan seperti dalam Tabel 1.

Tabel 1. Tabel kontingensi dua dimensi

		Variabel 2 (B)				Total
		B_1	B_2	...	B_j	
Variabel 1 (A)	A_1	n_{11}	n_{12}	...	n_{1j}	$n_{1.}$
	A_2	n_{21}	n_{22}	$\ddots$	n_{2j}	$n_{2.}$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
	A_i	n_{i1}	n_{i2}	...	n_{ij}	$n_{i.}$
Total		$n_{.1}$	$n_{.2}$	...	$n_{.j}$	$n_{..}$

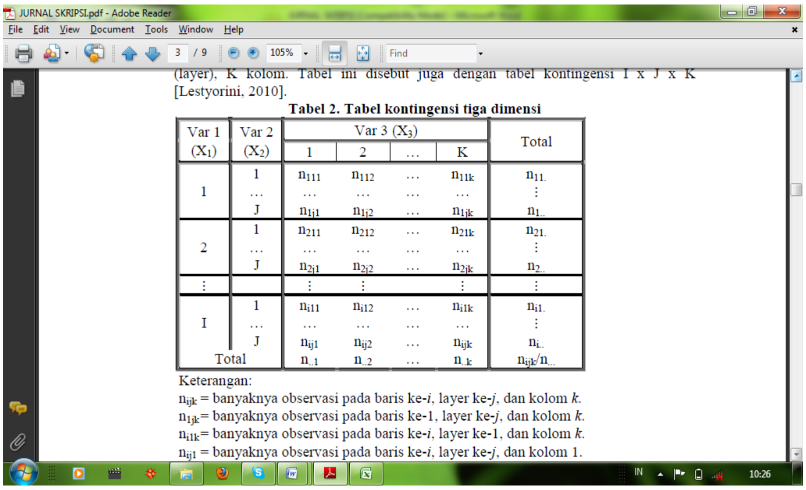
Keterangan:

n_{ij} : frekuensi pengamatan pada baris ke-*i* dan kolom ke-*j*
$n_{i\,.}$: (dibaca *n i* dot) total marjinal pada variabel baris ke-*i*
$n_{.\,j}$: (dibaca *n* dot *j*) total marjinal pada variabel kolom ke-*j*
$n_{..}$: (dibaca *n* dot dot) total frekuensi pengamatan

2. Tabel Kontingensi Tiga Dimensi

Tabel tiga dimensi mempunyai (I x J x K) sel, yang terdiri dari I baris, J lapis (layer), K kolom. Tabel ini disebut juga dengan tabel kontingensi I x J x K [Lestyorini, 2010].

Tabel 2. Tabel kontingensi tiga dimensi



(layer), K kolom. Tabel ini disebut juga dengan tabel kontingensi I x J x K [Lestyorini, 2010].

Tabel 2. Tabel kontingensi tiga dimensi

Var 1 (X_1)	Var 2 (X_2)	Var 3 (X_3)				Total
		1	2	…	K	
1	1	n_{111}	n_{112}	…	n_{11k}	$n_{11.}$
	…	…	…	…	…	⋮
	J	n_{1j1}	n_{1j2}	…	n_{1jk}	$n_{1..}$
2	1	n_{211}	n_{212}	…	n_{21k}	$n_{21.}$
	…	…	…	…	…	⋮
	J	n_{2j1}	n_{2j2}	…	n_{2jk}	$n_{2..}$
⋮		⋮	⋮		⋮	⋮
I	1	n_{i11}	n_{i12}	…	n_{i1k}	$n_{i1.}$
	…	…	…	…	…	⋮
	J	n_{ij1}	n_{ij2}	…	n_{ijk}	$n_{i..}$
Total		$n_{.1}$	$n_{.2}$	…	$n_{.k}$	$n_{ijk}/n_{...}$

Keterangan:
n_{ijk} = banyaknya observasi pada baris ke-*i*, layer ke-*j*, dan kolom *k*.
n_{1jk}= banyaknya observasi pada baris ke-1, layer ke-*j*, dan kolom *k*.
n_{i1k}= banyaknya observasi pada baris ke-*i*, layer ke-1, dan kolom *k*.
n_{ij1} = banyaknya observasi pada baris ke-*i*, layer ke-*j*, dan kolom 1.

Keterangan:

n_{ijk} = banyaknya observasi pada baris ke-*i*, layer ke-*j*, dan kolom *k*
n_{1jk} = banyaknya observasi pada baris ke-1, layer ke-*j*, dan kolom *k*
n_{i1k} = banyaknya observasi pada baris ke-*i*, layer ke-1, dan kolom *k*
n_{ij1} = banyaknya observasi pada baris ke-*i*, layer ke-*j*, dan kolom 1
$n_{...}$ = banyaknya seluruh observasi .

Secara umum tiga variabel dikatakan independen apabila

$$\pi_{ijk} = \pi_{i..}\,\pi_{.j.}\,\pi_{..k} \qquad (1)$$

dimana:

π_{ijk} = probabilitas pengamatan pada baris ke-*i*, layer ke-*j*, dan kolom ke-*k*.
$\pi_{i..}$ = probabilitas pengamatan pada baris ke-*i*
$\pi_{.j.}$ = probabilitas pengamatan pada layer ke-*j*
$\pi_{..k}$ = probabilitas pengamatan pada kolom ke-*k*

Misalkan m_{ijk} adalah frekuensi harapan untuk nilai pengamatan sel (*i*, *j*, *k*). Sehingga dapat dikatakan bahwa $m_{ijk} = n\,\pi_{ijk}$ [Agresti, 1984]. Probabilitas sel adalah proporsi sampel. Misalkan $\pi_{i..} = P_{i..}$, dimana $P_{i..} = \frac{n_{i..}}{n}$. Sehingga $\pi_{ijk} = P_{i..}\,P_{.j.}\,P_{..k}$, dimana untuk setiap proporsi sampel adalah:

$$P_{i..} = \frac{n_{i..}}{n} \qquad P_{.j.} = \frac{n_{.j.}}{n} \qquad P_{..k} = \frac{n_{..k}}{n} \qquad (2)$$

Maka berdasarkan probabilitas sel dan proporsi sampel maka frekuensi harapan untuk setiap model dapat diketahui.

Model Log Linier Tiga Dimensi

Model log linier adalah suatu model untuk memperoleh model statistika yang menyatakan hubungan antara variabel kategorik [Rosalia, 2004]. Kemungkinan model yang dihasilkan adalah:

1. **Model Independen**

Bentuk model log linier untuk model independen berikut:

$$\log m_{ijk} = u + u_{1(i)} + u_{2(j)} + u_{3(k)} \qquad (3)$$

keterangan:

m_{ijk} : frekuensi harapan pada setiap sel ke-*ijk* dalam model
u : pengaruh rata-rata umum
$u_{1(i)}$: pengaruh utama variabel 1 kategori ke-i
$u_{2(j)}$: pengaruh utama variabel 2 kategori ke-j
$u_{3(k)}$: pengaruh utama variabel 3 kategori ke-k

Persamaan (3) disebut dengan model independen yang artinya adalah variabel 1, 2, dan 3 ada dalam model, tapi tidak ada interaksi antara ketiganya (ketiga variabel independen).

Dimana:

$u_{12(ij)} = u_{13(ik)} = u_{23(jk)} = u_{123(ijk)} = 0$

Jika antara ketiga variabel saling independen (X, Y, Z), maka estimator frekuensi harapan dari masing-masing sel adalah sebagai berikut:

$$\hat{m}_{ijk} = \frac{(n_{i..})(n_{.j.})(n_{..k})}{n_{...}^2} \qquad (4)$$

Dimana:

$\hat{m}_{ijk}$: estimator frekuensi harapan dalam setiap sel ke-i, j, k
$n_{i..} = \sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K} n_{ijk}$: jumlah nilai observasi pada baris ke-i
$n_{.j.} = \sum_{i=1}^{I}\sum_{k=1}^{K} n_{ijk}$: jumlah nilai observasi pada layer ke-j
$n_{..k} = \sum^{I}_{\neq=1}\sum_{j=1}^{J} n_{ijk}$: jumlah nilai observasi pada kolom ke-k
$n_{...} = \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{K} n_{ijk}$: jumlah seluruh nilai observasi

2. **Model Satu Interaksi Dua Variabel**

Bentuk model log linier satu interaksi dua variabel adalah:

$$\log m_{ijk} = u + u_{1(i)} + u_{2(j)} + u_{3(k)} + u_{12(ij)} \qquad (5)$$

keterangan:

$u_{12(ij)}$: pengaruh interaksi variabel 1 dan 2 kategori ke-*ij*

Dengan $u_{13(ik)} = u_{23(jk)} = u_{123(ijk)} = 0$, model ini menyatakan dependensi antara variabel 1 dan variabel 2, dengan variabel 3 ada, atau signifikansi dalam model.

Demikian juga untuk kemungkinan model yang menyatakan dependensi antara variabel 1 dan variabel 3, dengan variabel 2 ada, atau dependensi variabel 2 dan variabel 3, dengan variabel 1 ada, atau signifikansi dalam model.

Jika antar ketiga variabel ada satu interaksi dan interaksi itu antar dua variable (XY,Z), maka estimator frekuensi harapan untuk setiap sel adalah:

$$\hat{m}_{ijk} = \frac{(n_{ij.})(n_{..k})}{n_{...}} \qquad (6)$$

3. Model Dua Interaksi Dua Variabel

Bentuk model log linier dua interaksi dua variabel adalah:

$$\log m_{ijk} = u + u_{1(i)} + u_{2(j)} + u_{3(k)} + u_{12(ij)} + u_{13(ik)} \quad (7)$$

keterangan:

$u_{13(ik)}$: pengaruh interaksi variabel 1 dan 3 kategori ke-ik

Dengan $u_{23(jk)} = u_{123(ijk)} = 0$, model ini menyatakan dependensi antara variabel 1 dengan 2 dan variabel 1 dengan variabel 3.Kemungkinan model log linier yang menyatakan dependensi antara variabel 1 dengan 2, dan variabel 2 dengan 3, serta model yang menyatakan dependensi antara variabel 1 dengan 3, dan variabel 2 dengan 3 dapat dinyatakan dengan cara yang sama seperti di atas.

Jika antara ketiga variabel ada dua interaksi antar dua variabel (XY, XZ), estimator frekuensi harapan adalah:

$$\widehat{m}_{ijk} = \frac{(n_{ij.})(n_{i.k})}{n_{i..}} \quad (8)$$

4. Model Tanpa Interaksi Tiga Variabel

Bentuk model log linier tanpa interaksi tiga faktor adalah:

$$\log m_{ijk} = u + u_{1(i)} + u_{2(j)} + u_{3(k)} + u_{12(ij)} + u_{13(ik)} + u_{23(jk} \quad (9)$$

keterangan:

$u_{23(jk)}$: pengaruh interaksi variabel 2 dan 3 kategori ke-jk

Dengan $u_{123(ijk)} = 0$, model ini semua interaksi dua faktor ada atau signifikan dalam model, tetapi tidak ada interaksi atau dependensi antara ketiga faktor.

Jika antar ketiga variabel semua interaksi antar dua variabel ada, namun interaksi antar tiga variabel tidak ada (XY, XZ, YZ), estimator frekuensi harapannya adalah:

$$\widehat{m}_{ijk} = \frac{(n_{ij.})(n_{i.k})(n_{.jk})}{(n_{i..})(n_{.j.})(n_{..k})} \quad (10)$$

5. Model Saturated (Jenuh)

Model *saturated* adalah model yang memuat semua parameter yang mungkin dan tidak dapat dimasuki parameter-parameter lainnya [Mulyani, 2004]. Modelnya adalah:

$$\log m_{ijk} = u + u_{1(i)} + u_{2(j)} + u_{3(k)} + u_{12(ij)} + u_{13(ik)} + u_{23(jk)} + u_{123(ijk)} \quad (11)$$

Keterangan:

$u_{23(jk)}$: pengaruh interaksi variabel 1, 2, dan 3 kategori ke-ijk

Estimator frekuensi harapannya adalah [Agresti, 1984]:

$$\widehat{m}_{ijk} = n_{ijk} \quad (12)$$

Estimasi Maksimum Likelihood

Maksimum likelihood disebut juga metode *Maksimum likelihood* merupakan prosedur menemukan nilai dari satu atau lebih parameter dengan memaksimumkan fungsi kemungkinan. Suatu pendugaan bersifat unbias, efisien dan konsisten dapat diketahui dengan menggunakan suatu metode yaitu metode *Maksimum Likelihood*. Metode tersebut sering memberikan hasil (penaksir) yang baik.

Definisi 2.1:

Misalkan X , X_2 ,..., X_n peubah acak dengan fungsi distribusi $f(x_1, x_2, \dots, x_n|\theta)$ dengan $\theta \in \Theta$ yang tidak diketahui, maka fungsi likelihood ialah:

$$L(\theta) = \begin{cases} f(x_1, x_2, \cdots, x_n|\theta) \text{ jika } F \text{ mempunyai fungsi padat } f \\ P(x_1, x_2, \cdots, x_n|\theta) \text{ jika } F \text{ mempunyai fungsi padat } P \end{cases}$$

Untuk setiap $\widehat{\theta} = \widehat{\theta}_n(X_1, X_2, \dots, X_n) \epsilon \Theta$ sehingga $L(\widehat{\theta}) = \sup \{L(\theta) : \theta \epsilon \Theta$ disebut maximum likelihood estimation [Misbahunnur, 2009].

Langkah-langkah estimasi *maksimum likelihood*:

a. Menentukan fungsi distribusi.
b. Menentukan fungsi likelihood dari fungsi distribusi.
c. Menentukan fungsi maksimum likelihood (log likelihood) dari fungsi distribusi.
d. Menentukan penduga parameter–parameter dengan memaksimumkan fungsi maksimum likelihood dari fungsi distribusi yang telah ditentukan.

Hipotesis

Ada beberapa hipotesis yang digunakan dalam analisis log linier sesuai dengan uji yang digunakan. Berikut adalah uji-uji yang dilakukan:

1. **Uji *Goodnes of Fit***

Uji *Goodness of Fit* bertujuan untuk mengetahui adanya independensi antar variabel. Dan statistik uji yang digunakan adalah statistik *chi-square* dengan rumus sebagai berikut:

$$X^2 = \frac{\sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \sum_{k=1}^{K} \left(n_{ijk} - \widehat{m}_{ijk}\right)^2}{\widehat{m}_{ijk}}$$

Selain statistik *chi-square*, dapat juga menggunakan statistik rasio *Likelihood*. Statistik ini merupakan pendekatan *chi-square* [Agung, 2002], dengan rumus sebagai berikut:

$$G^2 = 2 \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \sum_{k=1}^{K} n_{ijk} \, ln \frac{n_{ijk}}{\widehat{m}_{ijk}}$$

Hipotesis yang digunakan dalam uji ini adalah:

H_0 = Semua variabel independen
H_1 = Ada variabel dependen

Kriteria keputusan:

H_0 diterima apabila $\chi 2$ hitung $\leq \chi 2$ tabel atau $G2 \leq \chi 2$ tabel dan p-*value (sig)* > α maka semua variabel independen.

Derajat bebas (i-1)(j-1) + (i-1)(k-1)+ (j-1)(k-1) + (i-1)(j-1)(k-1).

Tabel 3. Derajat bebas untuk log linier 3 dimensi

Bentuk Model Log Linier	**Db**
(A,B,C)	IJK-I-J-K+2
(AB,C)	(IJ-1)(K-1)
(AC,B)	(IK-1)(J-1)
(BC,A)	(JK-1)(I-1)
(AB,BC)	J(I-1)(K-1)
(AC,BC)	K(I-1)(J-1)
(AB,AC)	I(J-1)(K-1)
(AB,AC,BC)	(I-1)(J-1)(K-1)
(ABC)	0

2. *Penyeleksian Model Terbaik.*

Menyeleksi model terbaik dengan metode *elimination backward* yang berdasarkan prinsip hirarki dimulai dari model jenuh (*saturated*) dan secara berurutan mengeliminasi model. Pada setiap tahap, metode ini mengeliminasi model yang mempunyai pengaruh atau efek yang paling kecil. Proses seleksi berhenti ketika beberapa pengeliminasian yang dilakukan telah mendapatkan model yang sesuai dan lebih sederhana. Langkah-langkah yang dilakukan adalah [Rosali, 2011]:

a) Anggap model (1) adalah model XYZ sebagai model terbaik.
b) Keluarkan efek interaksi tiga variabel sehingga modelnya (XY, XZ, YZ) yang disebut dengan model (2).
c) Bandingkan model (1) dengan model (2) dengan hipotesis sebagai berikut:
   H_0 : model (2) adalah model yang terbaik
   H_1 : model (2) bukan model yang terbaik

Statistik uji yang digunakan: G^2 (*Likelihood Ratio*) Kriteria penolakan: G^2 > $\chi 2$ tabel maka tolak H_0.

i. Jika H_0 ditolak, maka dinyatakan bahwa model (1) adalah yang terbaik. Tetapi jika gagal tolak H_0, maka bandingkan kembali model (2) dengan model (1) dengan mengeluarkan salah satu interaksi dua faktor.
ii. Untuk menentukan interaksi mana yang dikeluarkan terlebih dahulu maka dipilih nilai G^2 terkecil.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Estimasi parameter model log linier

Berdasarkan tabel kontingensi tiga dimensi maka dapat diketahui bahwa distribusi yang digunakan adalah distribusi poisson. Fungsi massa peluang poisson dari $\{n_{ijk}\}$ adalah:

$$P\left(n_{ijk}, m_{ijk}\right) = \frac{e^{-m_{ijk}} m_{ijk}^{n_{ijk}}}{n_{ijk}!} \qquad (13)$$

Fungsi *likelihood* dari fungsi massa peluang di atas adalah:

$$P\left(n_{ijk}, m_{ijk}\right) = \prod_i \prod_j \prod_k \frac{e^{-m_{ijk}} m_{ijk}^{n_{ijk}}}{n_{ijk}!} \qquad (14)$$

Jika persamaan (14) diubah menjadi bentuk *log likelihood* dari *m* maka:

$$L(m) = log \frac{\left(e^{\sum_i \sum_j \sum_k -m_{ijk}}\right)\left(\prod_i \prod_j \prod_k m_{ijk}^{n_{ijk}}\right)}{\prod_i \prod_j \prod_k n_{ijk}!} \qquad (15)$$

Jadi bentuk *log likelihood* dari *m* adalah

$$L(m) = \sum_i \sum_j \sum_k n_{ijk}\ log\left(m_{ijk}\right) - \sum_i \sum_j \sum_k m_{ijk}\ - \sum_i \sum_j \sum_k\ log\left(n_{ijk}\right) \qquad (16)$$

Dengan $\log m_{ijk}$ adalah:

$$\log m_{ijk} = u + u_{1(i)} + u_{2(j)} + u_{3(k)} + u_{12(ij)} + u_{13(ik)} + u_{23(jk)} + u_{123(ijk)} \qquad (17)$$

Jika persamaan (17) diubah menjadi bentuk eksponensial maka bentuknya menjadi:

$$m_{ijk} = e^{\left(u+u_{1(i)}+u_{2(j)}+u_{3(k)}+u_{12(ij)}+u_{13(ik)}+u_{23(jk)}+u_{123(ijk)}\right)} \qquad (18)$$

Maka dapat diperoleh persamaan *maximum likelihood* sebagai berikut:

$$\begin{aligned} L(m) = & \sum_i \sum_j \sum_k n_{ijk}\ u + \sum_i \sum_j \sum_k n_{ijk}\ u_{1(i)} + \sum_i \sum_j \sum_k n_{ijk}\ u_{2(j)} \\ & + \sum_i \sum_j \sum_k n_{ijk}\ u_{3(k)} + \sum_i \sum_j \sum_k n_{ijk}\ u_{12(ij)} \\ & + \sum_i \sum_j \sum_k n_{ijk}\ u_{13(ik)} + \sum_i \sum_j \sum_k n_{ijk}\ u_{23(jk)} \\ & + \sum_i \sum_j \sum_k n_{ijk}\ u_{123(ijk)} \\ & - \sum_i \sum_j \sum_k e^{\left(u+u_{1(i)}+u_{2(j)}+u_{3(k)}+u_{12(ij)}+u_{13(ik)}+u_{23(jk)}+u_{123(ijk)}\right)} + \\ & - \sum_i \sum_j \sum_k \log n_{ijk} \end{aligned}$$

Dimana u merupakan parameter-parameter dalam model yang menjelaskan respon dari masing-masing variabel. Selanjutnya untuk memperoleh estimator untuk setiap parameter maka L(m) diturunkan terhadap parameter-parameter model yang masing-masing disamakan dengan nol.

Penggunaan prinsip hirarki dalam model

Berdasarkan dari data kepolisian kota Makassar diperoleh tabel yang memuat data sebanyak 182 orang yang diklasifikasikan berdasarkan tiga variabel yaitu: jenis kendaraan, umur, dan pendidikan terakhir.

Tabel 4. Tabel kontingensi

Jenis Kendar	**Umur**	**Pendidikan**				**Total**
		SD	**SMP**	**SMA**	**PT**	
1	Anak-Anak	1	2	0	0	3
	Remaja	1	5	10	0	16
	Dewasa	7	17	77	25	126
2	Anak-Anak	0	0	0	0	0
	Remaja	0	0	2	0	2
	Dewasa	0	0	28	7	35
Total		**9**	**24**	**117**	**32**	**182**

Hasil pengujian secara manual memiliki nilai yang sama dengan hasil pengujian dengan menggunakan SPSS 18.0. Model yang diperoleh dari hasil penerapan prinsip hirarki adalah jenis kendaraan, umur, dan pendidikan terakhir, memiliki sumbangsi atau dapat menjadi alasan atas terjadinya suatu kecalakaan, ditambah dengan interaksi antara jenis kendaraan dengan pendidikan terakhir, dan umur dengan pendidikan terakhir.

Hal ini dapat diartikan bahwa salah satu interaksi yang memberikan pengaruh dalam suatu kejadian kecelakaan lalu lintas adalah jenis kendaraan yang digunakan dengan pendidikan terakhir pengendara. Pengaruh lain yang diperoleh adalah umur pengendara dengan pendidikan terakhir dari pengendara.

PENUTUP

Kesimpulan

1. Estimator model log linier untuk model tiga dimensi misalnya untuk Model (X,Y,Z):

$$\widehat{m}_{ijk} = \frac{(n_{i..})(n_{.j.})(n_{..k})}{n_{...}^2}$$

2. Penggunaan prinsip hirarki dalam model

Berdasarkan hasil analisis model log linier dalam kasus kecelakaan lalu lintas dengan tiga variabel, maka dapat diketahui bahwa variabel yang saling berinteraksi adalah jenis kendaraan dengan pendidikan dan umur dengan pendidikan. Hal ini berarti yang memiliki pengaruh dalam suatu kasus kecelakaan lalu lintas adalah jenis kendaraan dengan pendidikan terakhir dari pengendara, dan umur pengendara dengan pendidikan terkhir pengendara.

Saran

Model ini dicakupkan pada tiga dimensi atau tiga variabel, seandainya ditambahkan menjadi empat atau lebih variabel maka akan menghasilkan model yang lebih variatif.

DAFTAR RUJUKAN

Agresti, Alan.1984. *Analysis of Ordinal Categorical Data*. Canada. Publisher Simultaneousty.

Ayu Rosalia, Silvira dan Sri pringit Wulandari, "*Analisis Model Log Linier Untuk Mengetahui Kecenderunagn Perilaku Anak Jalanan Binaan di Surabaya (Kasus Khusus Yayasan Arek Lintang-Alit)"*. Jurnal Mahasiswa statistika ITS dan Dosen Statistika ITS, Surabaya.

Hapsari, Galih Sitaresmi. "*Model Log Linear untuk Tabel Kontingensi Tak Sempurna Berdimensi Tiga*". Skripsi sarjana, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Yogyakarta , Yogyakarta.

Jeansonne, Angela. "*LoglinierModels*". http://www.scribd.com/doc/45640125/ logliniermodes.

Lestyorini, Mamik. "*Model Log Linear Multivariat Empat Dimensi*." Skripsi Jurusan Pendidikan Matematika Di Universitas Negeri Yogyakarta, Yogyakarta.

Limbong Summary, Julianto. Model Log Linier untuk Tabel Kontingen 3 Dimensi.http://eprints.undip.ac.id/32212/5/M01_Julianto_Limbong_chapter_I.pdf.

Mahulae, Elfriede, "*Uji Homogenitas Marginal dengan Model Log Linier pada Tabel Kontingensi Tiga Dimensi atau Lebih'*", Skripsi Departemen Matematika FMIPA- Universitas Sumatera Utara (2009), Sumatera Utara.

MathWord, Wolfram, "*Maksimum Likelihood.*" Jurnal from Wolfram MathWorld. http://mathworld.Wolfram.com/Maximum Likelihood.html.

Misbahussurur, Ahmad, "*Estimasi Parameter Distribusi Gamma dengan Metode Maksimum Likelihood."* Skripsi Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Maulana Malik Ibrahim Malang (2009), Malang.

Mulyani, Ely, Sigit Nugroho, dan Fachri Faisal. "*Model Log Linier Beberapa Kasus Kriminologi yang Terjadi di Wilayah Polres Bengkulu pada Tahun 2004/2005*". Jurnal Alumni jurusan Matematika dan staf pengajar jurusan Matematika FMIPA Universitas Bengkulu, Bengkulu.

PASW Statistics 18.0 Release 18.0 (juli 2009).

Subyantoro, Arif dan FX. Suwarto. 2007. *Metode dan Teknik Penelitian Sosial*. Yogyakarta: Andi.

Tiro, Arif Muhammad. 1999. *Dasar-Dasar Statistik*. Makassar:State University of Makassar Press.